2023

BAZI NEUTROSOPHİC KÜMELER ÜZERİNDEKİ KARAR VERME METODLARI VE UYGULAMALARI

Harun DENİZ
Editor: Prof. Dr. Memet ŞAHİN

Biblio Publishing
1091 West 1st Ave
Grandview Heights, OH 43212
United States of America
Ph. 614.485.0721
Em. Info@BiblioPublishing.com
https://BiblioPublishing.com/

ISBN 978-1-59973-776-8

ÖNSÖZ

Bu kitap Doç. Dr. Memet ŞAHİN danışmanlığında Gaziantep Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü' nde hazırlamış olduğum "BAZI NEUTROSOPHİC KÜMELER ÜZERİNDEKİ KARAR VERME METODLARI ve UYGULAMALARI" adlı yüksek lisans tezimden üretilmiştir.

Çalışmanın hazırlanması sırasında ayırdığı değerli zaman ve sağladığı destek için araştırmalarıma büyük katkıda bulunan hocalarım, İlk olarak Hocam Sayın Prof. Dr. Memet ŞAHİN' e ve Sayın Doç. Dr. Vakkas ULUÇAY' a sonsuz minnet ve saygılarımı sunarım.

Harun DENİZ

Gaziantep, 2023

İÇİNDEKİLER

Sayfa

SİMGELER VE KISALTMALAR

NS	: Neutrosophic küme
BNS	: Bipolar neutrosophic küme
$T_A(x)$	: Doğruluk üyelik fonksiyonu
$I_A(x)$	: Belirsizlik üyelik fonksiyonu
$F_A(x)$	: Yanlışlık üyelik fonksiyonu
NMS	: Neutrosophic çoklu küme
$d_\lambda(A_1, A_2)$	: BNS ağırlık mesafe ölçümü
$\vartheta_\lambda(A_1, A_2)$	: BNS ağırlık benzerlik ölçümü
$Hybd(\mathcal{A}, \mathcal{B})$	:NMS hybrid benzerlik mesafesi
$\mathcal{A}^{\tilde{c}}$	: NMS tümleyen
$\mathrm{A}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{BNS}}$	: BNS tümleyen
$d_P(\mathcal{A}, \mathcal{B})$	: NMS ağırlık mesafe ölçümü
$I_\lambda(\mathcal{A}, \mathcal{B})$	: İndeks mesafe ölçümü
TNS	: Tekrarlı neutrosophic küme
$d(\mathcal{A}, \mathcal{B})$	: TNS ağırlıklı Hamming mesafesi
$d_2(\mathcal{A}, \mathcal{B})$	: TNS ağırlıklı Euclidean mesafesi
${\varphi_i}^+$	: pozitiff ideal TNS çözümü
${\varphi_i}^-$	: negatif ideal TNS çözümü
$\delta_p(\mathcal{A}, \mathcal{B})$	: TNS benzerlik ölçümü

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Farklı belirsizlik tipleri ile başa çıkabilmek için çok farklı matematiksel modellemeler kullanılmaktadır. Ancak bu belirsizlikleri içeren kavramları klasik matematik mantığında açıklamak her zaman mümkün değildir. Özellikle doğruluk değeri göreceli ifadelerde bu durumu daha da zorlaştırır. Örneğin "küçük güzel kız " ifadesinde bir kesinlik olmadığından klasik matematik mantığı bu ifadeyi bir önerme olarak kabul etmemektedir. Bu belirsizlikleri içeren kavramları matematiksel olarak ifade edebilmek amacıyla olasılık teorisi, aralık matematiği, bulanık kümeler teorisi, sezgisel bulanık kümeler teorisi gibi birçok teori ortaya atılmıştır. Bu teoriler arasında en çok kullanılanlardan birisi olan Zadeh [9] tarafından geliştirilen bulanık küme teorisidir. Bu bulanık küme teorisi, bir X evrensel kümesinin elemanlarını $[0, 1]$ aralığına götüren bir üyelik fonksiyonu yardımı ile inşa edilmiştir. Smarandache [1] 1998'de üyelik fonksiyonu ve üyelik olmama fonksiyonunun bu kısıtlaması, belirsizlik içeren problemler için modelleme sıkıntısının üstesinden gelmek için neutrosophic küme teorisi adı verilen yeni bir küme teorisi sunmuştur. Daha sonra 2010 yılında Wang ve ark.[2] tarafından neutrosophic kümelerin özel hali olan tek değerli neutrosophic küme teorisi geliştirilmiştir. Bu küme teorisi birbirinden bağımsız $[0, 1]$aralığına tanımlı üç fonksiyon yardımıyla inşa edilmiştir. Yani üyelik fonksiyonu yerine doğruluk fonksiyonu $T_A \in [0, 1]$, üyelik olmama fonksiyonu yerine yanlışlık fonksiyonu$F_A \in [0,1]$ ve ilave olarak kararsızlık üyelik fonksiyonu $I_A \in [0,1]$ kullanılarak inşa edilmiştir. Buradaki doğruluk üyelik fonksiyonu ve yanlışlık üyelik fonksiyonunun $[0, 1]$ aralığında birbirinden bağımsız olması, sezgisel bulanık kümeler kullanılarak yapılan modellemelerden daha esnek ve daha gerçekçi olmasını sağlamaktadır. Ayrıca bir konu hakkında bir birey her zaman tam olarak bilgi sahibi olmayabilir. Bu durumda kararsızlık üyelik fonksiyonu $I_A \in [0,1]$ devreye girmektedir ve birçok belirsizlik içeren olayın modellenmesi için oldukça geniş bir yer oluşturmaktadır.

Bu belirsizlik içeren problemlerde karar verici veya vericiler çok kriter ile belirli alternatifler arasından bir seçim yapmaktadır. Bu seçim sürecinde çok kriterli karar verme problemleri önemli bir karar bilimi olarak yer almaktadır. Güncel uygulamalarda karar vericiler bu problemlerin çözümünü belirsizlikten veya eksik bilgiden dolayı tam olarak belirleyemez. Bunun bir sonucu olarak bu problem türleri kesin sayılarla ifade edilemezler. Bunun için belirsizliği ifade edecek olan; neutrosophic kümeler teorilere ihtiyaç duyulmaktadır. Son zamanlarda birçok araştırmacı tarafından neutrosophic kümeler[1,5,6,8,11,12,14,16,17,18], bipolar neutrosophic kümeler üzerine [3,10,19,20,21,22] tekrarlı neutrosophic kümeler üzerine [4,7,8,13,15] gibi çalışmalar yapmışlardır.

Bu kitap da ilk olarak, neutrosophic küme, bipolar tekrarlı neutrosophic kümeler tanımlanmış, bipolar tekrarlı neutrosophic kümeler ile ilgili bazı temel bilgilere yer verilmiştir. Sonra, tanımlanmış olan kümelerin bazı özellikleri incelenmiş, operatörler ve teoremler tanımlanmış ve ispatlanmıştır. Konunun daha iyi kavranması için nümerik örneklerle işlemlerin pekiştirilmesi sağlanmıştır. Kitabın son bölümü olan beşinci bölümde, önceki bölümlerde elde edilen sonuçlara ayrılmıştır.

2. BÖLÜM

NEUTROSOPHİC KÜMELER

2.1 BİPOLAR NEUTROSOPHİC KÜMELER

Tanım 2.1.1[1]X evrensel bir küme$\forall x \in X$, $0^{-} \leq \sup T_A(x) \leq \sup I_A(x) \leq \sup F_A(x) \leq 3^{+}$ olmak üzere, $T_A : X \to]0^{-}1^{+}[$, $I_A : X \to]0^{-}1^{+}[$ ve $F_A : X \to]0^{-}1^{+}[$ fonksiyonları ile X üzerinde A bir neutrosophic küme

$$A = \{\langle x, T_A(x), I_A(x), F_A(x)\rangle : x \in X\}$$

ile tanımlanır. Burada $T_A(x)$, $I_A(x)$ ve $F_A(x)$ sırasıyla doğruluk, kararsızlık ve yanlışlık derecesidir.

Tanım 2.1.2 [2] X evrensel bir küme $\forall x \in X$, $0 \leq \sup T_A(x) \leq \sup I_A(x) \leq \sup F_A(x) \leq 3$ olmak üzere $T_A : X \to [0,1]$, $I_A : X \to [0,1]$ ve $F_A : X \to [0,1]$ fonksiyonları ile X üzerinde A tek değerli neutrosophic küme

$$A_{NS} = \{\langle x, T_A(x), I_A(x), F_A(x)\rangle : x \in X\}$$

ile tanımlanır. Burada $T_A(x)$, $I_A(x)$ ve $F_A(x)$ sırasıyla doğruluk, kararsızlık ve yanlışlık derecesidir.

Tanım 2.1.3 [3] X evrensel bir küme $\forall x \in X$, $T^{+}, I^{+}, F^{+} : X \to [1,0]$ ve $T^{-}, I^{-}, F^{-} : X \to [-1,0]$ olmak üzere X üzerinde A_{BNS} bipolar neutrosophic küme

$$A_{BNS} = \left\{\left\langle x, T^{+}(x), I^{+}(x), F^{+}(x), T^{-}(x), I^{-}(x), F^{-}(x)\right\rangle : x \in X\right\},$$

Şeklinde tanımlanır. Bipolar neutrosophic küme teorisinde pozitif üyelik dereceleri $T^{+}(x), I^{+}(x), F^{+}(x)$ negatif üyelik dereceleri $T^{-}(x), I^{-}(x), F^{-}(x)$, $\forall x \in X$ doğruluk, kararsızlık ve yanlışlık derecesini gösterir.

Tanım 2.1.4 [3]

A_{BNS} ve B_{BNS} iki tane bipolar neutrosophic küme olsun;

$$A_{BNS} = \left\{ \left\langle x, T_1^+(x), I_1^+(x), F_1^+(x), T_1^-\left(x\right), I_1^-\left(x\right), F_1^-(x) \right\rangle : x \in X \right\}$$

ve

$$B_{BNS} = \left\{ \left\langle x, T_2^+(x), I_2^+(x), F_2^+(x), T_2^-\left(x\right), I_2^-\left(x\right), F_2^-(x) \right\rangle : x \in X \right\}$$

$$T^+{}_1(x) \le T_2^+(x) \; I^+{}_1(x) \le I_2^+(x) \, , F^+{}_1(x) \ge F_2^+(x) \, ,$$

ve

$$T^-{}_1(x) \ge T_2^-(x) \, , \; I^-{}_1(x) \ge I^-{}_2(x) \, , \; F_1^-(x) \le F_2^-(x)$$

İse $A_{BNS} \subseteq B_{BNS}$,$\forall x \in X$, altküme denir.

Tanım 2.1.5 [3]

A_{BNS} ve B_{BNS} iki tane bipolar neutrosophic küme olsun;

$$A_{BNS} = \left\{ \left\langle x, T_1^+(x), I_1^+(x), F_1^+(x), T_1^-\left(x\right), I_1^-\left(x\right), F_1^-(x) \right\rangle : x \in X \right\}$$

ve

$$B_{BNS} = \left\{ \left\langle x, T_2^+(x), I_2^+(x), F_2^+(x), T_2^-\left(x\right), I_2^-\left(x\right), F_2^-(x) \right\rangle : x \in X \right\}$$

$A_{BNS} = B_{BNS}$, $\forall x \in X$

$$T^+{}_1(x) = T_2^+(x) \, , \; I^+{}_1(x) = I_2^+(x) \, , \; F^+{}_1(x) = F_2^+(x) \, ,$$

Ve

$$T^-{}_1(x) = T_2^-(x) \, , \; I^-{}_1(x) = I^-{}_2(x) \, , \; F_1^-(x) = F_2^-(x)$$

Tanım 2.1.6 [3]

$\mathrm{A_{BNS}}$ ve $\mathrm{B_{BNS}}$ iki tane bipolar neutrosophic küme olsun;

$$A_{BNS}=\left\{\left\langle x,T_1^+(x),I_1^+(x),F_1^+(x),T_1^-\left(x\right),I_1^-\left(x\right),F_1^-(x)\right\rangle : x\in X\right\}$$

ve

$$B_{BNS}=\left\{\left\langle x,T_2^+(x),I_2^+(x),F_2^+(x),T_2^-\left(x\right),I_2^-\left(x\right),F_2^-(x)\right\rangle : x\in X\right\}$$

$\mathrm{A_{BNS}}$ tümleyeni $\mathrm{A^{o}_{BNS}}$ şeklinde gösterilir. , $\forall x \in X$

$$T_{A^c}{}^+(x)=\{1^+\}-T_A{}^+(x),\; I_{A^c}{}^+(x)=\{1^+\}-I_A{}^+(x),\; F_{A^c}{}^+(x)=\{1^+\}-F_A{}^+(x)$$

ve

$$T_{A^c}{}^-(x)=\{1^-\}-T_A{}^-(x),\; I_{A^c}{}^-(x)=\{1^-\}-I_A{}^-(x),\; F_{A^c}{}^-(x)=\{1^-\}-F_A{}^-(x)$$

Tanım 2.1.7 [3]

$\mathrm{A_{BNS}}$ ve $\mathrm{B_{BNS}}$ iki tane bipolar neutrosophic küme olsun;

$$A_{BNS}=\left\{\left\langle x,T_1^+(x),I_1^+(x),F_1^+(x),T_1^-\left(x\right),I_1^-\left(x\right),F_1^-(x)\right\rangle : x\in X\right\}$$

ve

$$B_{BNS}=\left\{\left\langle x,T_2^+(x),I_2^+(x),F_2^+(x),T_2^-\left(x\right),I_2^-\left(x\right),F_2^-(x)\right\rangle : x\in X\right\}$$

Kesişim

$$(A_{BNS}\cap B_{BNS})(x)=\left\{\begin{array}{l}\left\langle x,\min(T_1^+(x),T_2^+(x)),\dfrac{I_1^+(x)+I_2^+(x)}{2},\max((F_1^+(x),F_2^+(x)),\max(\mathrm{T}_1^-(x),T_2^+(x)),\right.\\ \left.\dfrac{I_1^-(x)+I_2^-(x)}{2},\min((F_1^-(x),F_2^-(x))\quad\right\rangle : x\in X\end{array}\right\}$$

Tanım 2.1.8 [3]

A_{BNS} ve B_{BNS} iki tane bipolar neutrosophic küme olsun;

$$A_{BNS} = \left\{ \left\langle x, T_1^+(x), I_1^+(x), F_1^+(x), T_1^-\left(x\right), I_1^-\left(x\right), F_1^-(x) \right\rangle : x \in X \right\}$$

ve

$$B_{BNS} = \left\{ \left\langle x, T_2^+(x), I_2^+(x), F_2^+(x), T_2^-\left(x\right), I_2^-\left(x\right), F_2^-(x) \right\rangle : x \in X \right\}$$

Birleşim

$$(A_{BNS} \cup B_{BNS})(x) = \left\{ \begin{array}{l} \left\langle x, \max(T_1^+(x), T_2^+(x)), \dfrac{I_1^+(x) + I_2^+(x)}{2}, \min((F_1^+(x), F_2^+(x)), \right. \\ \left. \min(\mathrm{T}_1^-(x), T_2^+(x)), \dfrac{I_1^-(x) + I_2^-(x)}{2}, \max((F_1^-(x), F_2^-(x)) \right\rangle : x \in X \end{array} \right\}$$

.

.

Tanım 2.1.9 [3] $\tilde{a}_1 = \langle\ T_1^+, I_1^+, F_1^+, T_1^-, I_1^-, F_1^-\ \rangle$ ve $\tilde{a}_2 = \ \langle\ T_2^+, I_2^+, F_2^+, T_2^-, I_2^-, F_2^-\ \rangle$

iki tane bipolar neutrosophic sayı olsun; $\lambda > 0$.

i. $\lambda\tilde{a}_1 = \langle\ 1 - (1 - T_1^+)^\lambda, (I_1^+)^\lambda, (F_1^+)^\lambda, -(-T_1^-)^\lambda, -(-I_1^-)^\lambda, -(1 - (1 - (-F_1^-))^\lambda) \rangle$

ii. $\tilde{a}_1^\lambda = \langle\ (T_1^+)^\lambda, 1 - (1 - I_1^+)^\lambda, 1 - (1 - F_1^+)^\lambda, -(1(1 - (-T_1^-))^\lambda), -(-I_1^-)\ ^\lambda, -(-F_1^-)^\lambda \rangle$

iii. $\tilde{a}_1 + \tilde{a}_2 =$

$\langle\ T_1^+ + T_2^+ - T_1^+ T_2^+, I_1^+ I_2^+, F_1^+ F_2^+, -T_1^- T_2^-, -(-I_1^- - I_2^- - I_1^- I_2^-), -(-F_1^- - F_2^- - F_1^- F_2^-)\ \rangle$

iv. $\tilde{a}_1 . \tilde{a}_2 = \langle\ T_1^+ T_2^+, I_1^+ + I_2^+ - I_1^+ I_2^+, F_1^+ + F_2^+ - F_1^+ F_2^+, -(-\mathrm{T}_1^- - T_2^- -$

$T_2^- T_2^-), -I_1^- I_2^-, -F_1^- F_2^-\ \rangle$

2.2 NEUTROSOPHİC ÇOKLU KÜMELER

Tanım 2.2.1 [4]

$\mathcal{U}$ evrensel bir küme olsun. $\mathcal{U}$ üzerinde $\mathcal{A}$ neutrosophic çoklu kümesi (NMS) aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\mathcal{A} = \{\prec u, \left(\mu_{\mathcal{A}}^{1}(u), \mu_{\mathcal{A}}^{2}(u), \dots \mu_{\mathcal{A}}^{p}(u)\right), \left(v_{\mathcal{A}}^{1}(u), v_{\mathcal{A}}^{2}(u), \dots v_{\mathcal{A}}^{p}(u)\right), (w_{\mathcal{A}}^{1}(u), w_{\mathcal{A}}^{2}(u), \dots w_{\mathcal{A}}^{p}(u)) \succ: u \in \mathcal{U}\}$$

burada

$$\mu_{\mathcal{A}}^{1}(u), \mu_{\mathcal{A}}^{2}(u), \dots \mu_{\mathcal{A}}^{p}(u): \mathcal{U} \to [0,1],$$

$$v_{\mathcal{A}}^{1}(u), v_{\mathcal{A}}^{2}(u), \dots v_{\mathcal{A}}^{p}(u): \mathcal{U} \to [0,1],$$

ve

$$w_{\mathcal{A}}^{1}(u), w_{\mathcal{A}}^{2}(u), \dots w_{\mathcal{A}}^{p}(u): \mathcal{U} \to [0,1]$$

Öyle ki

$$0 \leq sup\mu_{\mathcal{A}}^{i}(u) + supv_{\mathcal{A}}^{i}(u) + supw_{\mathcal{A}}^{i}(u) \leq 3$$

$(i = 1,2, \dots, P)$ ve

$$\left(\mu_{\mathcal{A}}^{1}(u), \mu_{\mathcal{A}}^{2}(u), \dots \mu_{\mathcal{A}}^{p}(u)\right), \left(v_{\mathcal{A}}^{1}(u), v_{\mathcal{A}}^{2}(u), \dots v_{\mathcal{A}}^{p}(u)\right) and (w_{\mathcal{A}}^{1}(u), w_{\mathcal{A}}^{2}(u), \dots w_{\mathcal{A}}^{p}(u))$$

Tanım 2.2.2 [4,5,6] $\mathcal{A}, \mathcal{B} \in NMS(\mathcal{U})$ olsun.

Eğer $\mu_{\mathcal{A}}^{i}(u) \leq \mu_{\mathcal{B}}^{i}(u)$, $i = 1,2, \dots P$ ise, $\mathcal{A}$ ya $\mathcal{B}$ nin Nm-altkümesi denir ve $\mathcal{A} \cong \mathcal{B}$ ile gösterilir, $v_{\mathcal{A}}^{i}(u) \geq v_{\mathcal{B}}^{i}(u)$, $w_{\mathcal{A}}^{i}(u) \geq w_{\mathcal{B}}^{i}(u)$, $\forall\, u \in \mathcal{U}$ ve $i = 1,2, \dots P$.

Tanım 2.2.3 [4,5,6] $\mathcal{A}, \mathcal{B} \in NMS(\mathcal{U})$ olsun.

Eğer $\mu_{\mathcal{A}}^{i}(u) = \mu_{\mathcal{B}}^{i}(u)$, $i = 1,2, \dots P$ ise, $\mathcal{A}, \mathcal{B}$ ye eşittir denir ve $\mathcal{A} = \mathcal{B}$ ile

gösterilir, $v_{\mathcal{A}}^{i}(u) = v_{\mathcal{B}}^{i}(u), w_{\mathcal{A}}^{i}(u) = w_{\mathcal{B}}^{i}(u), \forall\, u \in \mathcal{U}$ and $i = 1,2, \dots P$.

Tanım 2.2.4 [4,5,6] $\mathcal{A}, \mathcal{B} \in NMS(\mathcal{U})$ olsun.

$\mathcal{A}$ nin tümleyeni $\mathcal{A}^{\tilde{c}}$ şeklinde gösterilir ve

$$\mathcal{A}^{\tilde{c}} =\prec u, (w_{\mathcal{A}}^{1}(u), w_{\mathcal{A}}^{2}(u), \dots w_{\mathcal{A}}^{p}(u)), \left(v_{\mathcal{A}}^{1}(u), v_{\mathcal{A}}^{2}(u), \dots v_{\mathcal{A}}^{p}(u)\right), \left(\mu_{\mathcal{A}}^{1}(u), \mu_{\mathcal{A}}^{2}(u), \dots \mu_{\mathcal{A}}^{p}(u)\right) \succ: u \in \mathcal{U}\}$$

Şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.2.5 [4,5,6] $\mathcal{A}, \mathcal{B} \in NMS(\mathcal{U})$ olsun.

$\mu_{\mathcal{A}}^{i}(u) = 0$ ve $v_{\mathcal{A}}^{i}(u) = w_{\mathcal{A}}^{i}(u) = 1\ \forall\, u \in \mathcal{U}$, $i = 1,2, \dots P. \mathcal{A}$ ya boş küme denir ve Φ ile gösterilir.

Tanım 2.2.6 [4,5,6] $\mathcal{A}, \mathcal{B} \in NMS(\mathcal{U})$ olsun.

$\mu_{\mathcal{A}}^{i}(u) = 1$ ve $v_{\mathcal{A}}^{i}(u) = w_{\mathcal{A}}^{i}(u) = 0\ \forall u \in \mathcal{U}$ and $i = 1,2, \dots P$. $\mathcal{A}$ ya evrensel küme denir ve $\tilde{\mathcal{U}}$ ile gösterilir.

Tanım 2.2.7 [4,5,6] $\mathcal{A}, \mathcal{B} \in NMS(\mathcal{U})$ olsun.

$\mathcal{A}$ ve $\mathcal{B}$ birleşimi $\mathcal{A} \tilde{\cup} \mathcal{B} = \mathcal{C}$ ile gösterilir ve

$$\mathcal{C} = \{\prec u, \left(\mu_{\mathcal{C}}^{1}(u), \mu_{\mathcal{C}}^{2}(u), \dots \mu_{\mathcal{C}}^{p}(u)\right), \left(v_{\mathcal{C}}^{1}(u), v_{\mathcal{C}}^{2}(u), \dots v_{\mathcal{C}}^{p}(u)\right), (w_{\mathcal{C}}^{1}(u), w_{\mathcal{C}}^{2}(u), \dots w_{\mathcal{C}}^{p}(u)) \succ: u \in \mathcal{U}\}$$

İle tanımlanır. Buradan

$$\mu_{\mathcal{C}}^{i} = \mu_{\mathcal{A}}^{i}(u) \vee \mu_{\mathcal{B}}^{i}(u),\ v_{\mathcal{C}}^{i} = v_{\mathcal{A}}^{i}(u) \wedge v_{\mathcal{B}}^{i}(u), w_{\mathcal{C}}^{i} = w_{\mathcal{A}}^{i}(u) \wedge w_{\mathcal{B}}^{i}(u), \forall\, u \in \mathcal{U}$$

$i = 1,2, \dots P$.

Tanım 2.2.8 [4,5,6] $\mathcal{A}, \mathcal{B} \in NMS(\mathcal{U})$ olsun.

$\mathcal{A}$ ve $\mathcal{B}$ kesişimi $\mathcal{A} \tilde{\cap} \mathcal{B} = \mathcal{D}$ ile gösterilir ve

$$\mathcal{D} = \{\prec u, \left(\mu_{\mathcal{D}}^{1}(u), \mu_{\mathcal{D}}^{2}(u), \dots \mu_{\mathcal{D}}^{p}(u)\right), \left(v_{\mathcal{D}}^{1}(u), v_{\mathcal{D}}^{2}(u), \dots v_{\mathcal{D}}^{p}(u)\right), (w_{\mathcal{D}}^{1}(u), w_{\mathcal{D}}^{2}(u), \dots w_{\mathcal{D}}^{p}(u)) \succ: u \in \mathcal{U}\}$$

Buradan $\mu_{\mathcal{D}}^{i} = \mu_{\mathcal{A}}^{i}(u) \vee \mu_{\mathcal{B}}^{i}(u),\ v_{\mathcal{D}}^{i} = v_{\mathcal{A}}^{i}(u) \wedge v_{\mathcal{B}}^{i}(u), w_{\mathcal{D}}^{i} = w_{\mathcal{A}}^{i}(u) \wedge w_{\mathcal{B}}^{i}(u)$,

$\forall\, u \in \mathcal{U}\ i = 1,2, \dots P$.

Tanım 2.2.9 [4,5,6] $\mathcal{A},\mathcal{B} \in NMS(\,\mathcal{U})$ olsun.

$\mathcal{A}$ ve $\mathcal{B}$ nin toplamı $\mathcal{A}\tilde{+}\mathcal{B} = \mathcal{U}_1$ ile gösterilir

$$\mathcal{U}_1 = \{\prec u, \left(\mu^1_{\mathcal{U}_1}(u), \mu^2_{\mathcal{U}_1}(u), \dots \mu^p_{\mathcal{U}_1}(u)\right), \left(v^1_{\mathcal{U}_1}(u), v^2_{\mathcal{U}_1}(u), \dots v^p_{\mathcal{U}_1}(u)\right), (w^1_{\mathcal{U}_1}(u), w^2_{\mathcal{U}_1}(u), \dots w^p_{\mathcal{U}_1}(u)) \succ : u \in \mathcal{U}\}$$

$$\mu^i_{\mathcal{U}_1} = \mu^i_{\mathcal{A}}(u) + \mu^i_{\mathcal{B}}(u) - \mu^i_{\mathcal{A}}(u).\mu^i_{\mathcal{B}}(u),\ v^i_{\mathcal{U}_1} = v^i_{\mathcal{A}}(u).v^i_{\mathcal{B}}(u),\ w^i_{\mathcal{U}_1} = w^i_{\mathcal{A}}(u).w^i_{\mathcal{B}}(u)$$

$\forall\, u \in \mathcal{U}\ i = 1,2, \dots P.$

Tanım 2.2.10 [4,5,6] $\mathcal{A},\mathcal{B} \in NMS(\,\mathcal{U})$ olsun

$\mathcal{A}$ ve $\mathcal{B}$ nin çarpımı $\mathcal{A}\tilde{x}\mathcal{B} = \mathcal{U}_2$ ile gösterilir

$$\mathcal{U}_2 = \{\prec u, \left(\mu^1_{\mathcal{U}_2}(u), \mu^2_{\mathcal{U}_2}(u), \dots \mu^p_{\mathcal{U}_2}(u)\right), \left(v^1_{\mathcal{U}_2}(u), v^2_{\mathcal{U}_2}(u), \dots v^p_{\mathcal{U}_2}(u)\right), (w^1_{\mathcal{U}_2}(u), w^2_{\mathcal{U}_2}(u), \dots w^p_{\mathcal{U}_2}(u)) \succ : u \in \mathcal{U}\}$$

$$\mu^i_{\mathcal{U}_2} = \mu^i_{\mathcal{A}}(u).\mu^i_{\mathcal{B}}(u),\quad v^i_{\mathcal{U}_2} = v^i_{\mathcal{A}}(u) + v^i_{\mathcal{B}}(u) - v^i_{\mathcal{A}}(u).v^i_{\mathcal{B}}(u),$$

$$w^i_{\mathcal{U}_2} = w^i_{\mathcal{A}}(u) + w^i_{\mathcal{B}}(u) - w^i_{\mathcal{A}}(u).w^i_{\mathcal{B}}(u)\ \forall\, u \in \mathcal{U},\ i = 1,2, \dots P.$$

Tanım 2.2.11 [8]

$$\mathcal{A} = \{\prec u, \left(\mu^1_{\mathcal{A}}(u), \mu^2_{\mathcal{A}}(u), \dots \mu^p_{\mathcal{A}}(u)\right), \left(v^1_{\mathcal{A}}(u), v^2_{\mathcal{A}}(u), \dots v^p_{\mathcal{A}}(u)\right), \left(w^1_{\mathcal{A}}(u), w^2_{\mathcal{A}}(u), \dots w^p_{\mathcal{A}}(u)\right) \succ : u \in \mathcal{U}\}$$

Ve

$$\mathcal{B} = \{\prec u, \left(\mu^1_{\mathcal{B}}(u), \mu^2_{\mathcal{B}}(u), \dots \mu^p_{\mathcal{B}}(u)\right), \left(v^1_{\mathcal{B}}(u), v^2_{\mathcal{B}}(u), \dots v^p_{\mathcal{B}}(u)\right), \left(w^1_{\mathcal{B}}(u), w^2_{\mathcal{B}}(u), \dots w^p_{\mathcal{B}}(u)\right) \succ : u \in \mathcal{U}\}$$

$\mathcal{A}$ ve $\mathcal{B}$ iki tane NMSs olsun.O halde normalleştirilmiş hamming benzerlik ölçümü aşağıdaki gibi tanımlanır;

$$d_\lambda(A_1, A_2) = \left[\sum_{j=1}^{n} \omega_j \left(\sum_{i=1}^{4} \beta_i\, \varphi_i(x_j)\right)^{\lambda}\right]^{\frac{1}{\lambda}} \quad (1)$$

$\lambda > 0$, $\beta_i \in [0,1]$ ve $\sum_{i=1}^{4} \beta_i = 1$, $\omega_j \in [0,1]$, $\sum_{j=1}^{n} \omega_j = 1$.

Tanım 2.2.11 [7]

$$\mathcal{A} = \{\prec u, \left(\mu^1_{\mathcal{A}}(u), \mu^2_{\mathcal{A}}(u), \dots \mu^p_{\mathcal{A}}(u)\right), \left(v^1_{\mathcal{A}}(u), v^2_{\mathcal{A}}(u), \dots v^p_{\mathcal{A}}(u)\right), \left(w^1_{\mathcal{A}}(u), w^2_{\mathcal{A}}(u), \dots w^p_{\mathcal{A}}(u)\right) \succ : u \in \mathcal{U}\}$$

Ve

$\mathcal{B} = \{< u, \left(\mu_{\mathcal{B}}^1(u), \mu_{\mathcal{B}}^2(u), \dots \mu_{\mathcal{B}}^p(u)\right), \left(v_{\mathcal{B}}^1(u), v_{\mathcal{B}}^2(u), \dots v_{\mathcal{B}}^p(u)\right), \left(w_{\mathcal{B}}^1(u), w_{\mathcal{B}}^2(u), \dots w_{\mathcal{B}}^p(u)\right) >: u \in \mathcal{U}\}$

$\mathcal{A}$ ve $\mathcal{B}$ iki tane NMSs olsun.O halde normalleştirilmiş hamming benzerlik ölçümü aşağıdaki gibi tanımlanır;

$$d_p(\mathcal{A}, \mathcal{B}\ ) = \left\{\frac{1}{3}\sum_{i=1}^{p} \omega_i \left[|\mu_{\mathcal{A}}(u_i) - \mu_{\mathcal{B}}(u_i)|^p + |v_{\mathcal{A}}(u_i) - v_{\mathcal{B}}(u_i)|^p + |w_{\mathcal{A}}(u_i) - w_{\mathcal{B}}(u_i)|^p\right]\right\}^{1/p} \quad (2)$$

$p > 0,\ w_i(i = 1,2, \dots, p)$ ağırlık vektörleri. $x_i(i = 1,2, \dots, p)$ ayrıca $w_i \geq 0$ ve $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$.

3. BÖLÜM

3.1 BİPOLAR NEUTROSOPHİC KÜMELERİN YENİ MESAFE ÖLÇÜMÜ

Tanım 3.1.1 A_1 ve A_2 iki tane bipolar neutrosophic küme**,** X evrensel bir küme

olsun. $X = \{x_1 x_2, \dots, x_n\}$,

$$A_1 = \langle x_i, \mathrm{T}_1^+(x_i), \mathrm{I}_1^+(x_i), \mathrm{F}_1^+(x_i), \mathrm{T}_1^-(x_i), \mathrm{I}_1^-(x_i), \mathrm{F}_1^-(x_i) \rangle$$

Ve

$$A_2 = \langle x_i, \mathrm{T}_2^+(x_i), \mathrm{I}_2^+(x_i), \mathrm{F}_2^+(x_i), \mathrm{T}_2^-(x_i), \mathrm{I}_2^-(x_i), \mathrm{F}_2^-(x_i) \rangle.$$

bipolar neutrosophic ağırlık mesafe ölçümü şu şekilde tanımlanır.

$$d_\lambda(A_1, A_2) = \left[\sum_{j=1}^{n} \omega_j \left(\sum_{i=1}^{4} \beta_i \, \varphi_i(x_j)\right)^{\lambda}\right]^{\frac{1}{\lambda}} \quad (3)$$

$\lambda > 0$, $\beta_i \in [0,1]$ and $\sum_{i=1}^{4} \beta_i = 1$, $\omega_j \in [0,1]$ and $\sum_{j=1}^{n} \omega_j = 1$

$$\varphi_1(x_j) = \left(\frac{|T_1^+(x_j) - T_2^+(x_j)|}{6} + \frac{|I_1^+(x_j) - I_2^+(x_j)|}{6} + \frac{|F_1^+(x_j) - F_2^+(x_j)|}{6} \right) -$$

$$\left(\frac{|T_1^-(x_j) - T_2^-(x_j)|}{6} + \frac{|I_1^-(x_j) - I_2^-(x_j)|}{6} + \frac{|F_1^-(x_j) - F_2^-(x_j)|}{6} \right)$$

$$\varphi_2(x_j) = \begin{pmatrix} max\left\{\frac{2+T_1^+(x_j)-I_1^+(x_j)-F_1^+(x_j)}{6}, \frac{2+T_2^+(x_j)-I_2^+(x_j)-F_2^+(x_j)}{6}\right\} \\ -min\left\{\frac{2+T_1^+(x_j)-I_1^+(x_j)-F_1^+(x_j)}{6}, \frac{2+T_2^+(x_j)-I_2^+(x_j)-F_2^+(x_j)}{6}\right\} \end{pmatrix}$$

$$-\left(\begin{array}{l} max\left\{\frac{2+T_1^-(x_j)-I_1^-(x_j)-F_1^-(x_j)}{6},\frac{2+T_2^-(x_j)-I_2^-(x_j)-F_2^-(x_j)}{6}\right\} \\ -min\left\{\frac{2+T_1^-(x_j)-I_1^-(x_j)-F_1^-(x_j)}{6},\frac{2+T_2^-(x_j)-I_2^-(x_j)-F_2^-(x_j)}{6}\right\}\end{array}\right)$$

$$\varphi_3(x_j)=\frac{\left|T_1^+(x_j)-T_2^+(x_j)+I_2^+(x_j)-I_1^+(x_j)\right|}{4}-\frac{\left|T_1^-(x_j)-T_2^-(x_j)+I_2^-(x_j)-I_1^-(x_j)\right|}{4}$$

$$\varphi_4(x_j)=\frac{\left|T_1^+(x_j)-T_2^+(x_j)+F_2^+(x_j)-F_1^+(x_j)\right|}{4}-\frac{\left|T_1^-(x_j)-T_2^-(x_j)+F_2^-(x_j)-F_1^-(x_j)\right|}{4}$$

Önerme 3.1.2 $\lambda > 0$ için, mesafe ölçümü $d_\lambda(A_1, A_2)$ aşagıdaki özellikleri sağlar:

(H1) $0 \leq d_\lambda(A_1, A_2) \leq 1$;

(H2) $d_\lambda(A_1, A_2) = 0$ ancak ve ancak $A_1 = A_2$;

(H3) $d_\lambda(A_1, A_2) = d_\lambda(A_2, A_1)$;

(H4) $A_3 \in X, A_1 \subseteq A_2 \subseteq A_3$ ise

$d_\lambda(A_1, A_3) \geq d_\lambda(A_1, A_2)$ ve $d_\lambda(A_1, A_3) \geq d_\lambda(A_2, A_3)$ dür.

İspat: $d_\lambda(A_1, A_2)$ nin $(H1)-(H3)$. Özelliklerini sağladığını görmek kolaydır. Bu yüzden (H4) ispatlıyacağız.

$A_1 \subseteq A_2 \subseteq A_3$ olsun.

$\mathrm{T}_1^+(x_i) \leq \mathrm{T}_2^+(x_i) \leq \mathrm{T}_3^+(x_i)$, $\mathrm{T}_1^-(x_i) \geq \mathrm{T}_2^-(x_i) \geq \mathrm{T}_3^-(x_i)$,

$\mathrm{I}_1^+(x_i) \leq \mathrm{I}_2^+(x_i) \leq \mathrm{I}_3^+(x_i)$, $\mathrm{I}_1^-(x_i) \geq \mathrm{I}_2^-(x_i) \geq \mathrm{I}_3^-(x_i)$, ve

$\mathrm{F}_1^+(x_i) \geq \mathrm{F}_2^+(x_i) \geq \mathrm{F}_3^+(x_i)$, $\mathrm{F}_1^-(x_i) \leq \mathrm{F}_2^-(x_i) \leq \mathrm{F}_3^-(x_i)$, $\forall\, x_i \in X$. İçin aşagıdaki bağıntıları elde ederiz.

$|T_1^+(x_i) - T_2^+(x_i)| \leq |T_1^+(x_i) - T_3^+(x_i)|, |T_2^+(x_i) - T_3^+(x_i)| \leq |T_1^+(x_i) - T_3^+(x_i)|$,

$\left|T_1^-(x_i) - T_2^-(x_j)\right| \leq |T_1^-(x_i) - T_3^-(x_i)|, |T_2^-(x_i) - T_3^-(x_i)| \leq |T_1^-(x_i) - T_3^-(x_i)|$,

$|I_1^+(x_i) - I_2^+(x_i)| \leq |I_1^+(x_i) - I_3^+(x_i)|$, $|I_2^+(x_i) - I_3^+(x_i)| \leq |I_1^+(x_i) - I_3^+(x_i)|$,

$|I_1^-(x_i) - I_2^-(x_i)| \leq |I_1^-(x_i) - I_3^-(x_i)|$, $|I_2^-(x_i) - I_3^-(x_i)| \leq |I_1^-(x_i) - I_3^-(x_i)|$,

$|F_1^+(x_i) - F_2^+(x_i)| \leq |F_1^+(x_i) - F_3^+(x_i)|$, $|F_2^+(x_i) - F_3^+(x_i)| \leq |F_1^+(x_i) - F_3^+(x_i)|$,

$|F_1^-(x_i) - F_2^-(x_i)| \leq |F_1^-(x_i) - F_3^-(x_i)|$, $|F_2^-(x_i) - F_3^-(x_i)| \leq |F_1^-(x_i) - F_3^-(x_i)|$,

öyleyse,

$$|T_1^+(x_i) - T_2^+(x_i)| + |I_1^+(x_i) - I_2^+(x_i)| + |F_1^+(x_i) - F_2^+(x_i)| +$$

$$\left|T_1^-(x_i) - T_2^-\left(x_j\right)\right| + |I_1^-(x_i) - I_2^-(x_i)| + |F_1^-(x_i) - F_2^-(x_i)| \leq$$

$$|T_1^+(x_i) - T_3^+(x_i)| + |I_1^+(x_i) - I_3^+(x_i)| + |F_1^+(x_i) - F_3^+(x_i)| +$$

$$|T_1^-(x_i) - T_3^-(x_i)| + |I_1^-(x_i) - I_3^-(x_i)| + |F_1^-(x_i) - F_3^-(x_i)|,$$

$$|T_2^+(x_i) - T_3^+(x_i)| + |I_2^+(x_i) - I_3^+(x_i)| + |F_2^+(x_i) - F_3^+(x_i)| +$$

$$|T_2^-(x_i) - T_3^-(x_i)| + |I_2^-(x_i) - I_3^-(x_i)| + |F_2^-(x_i) - F_3^-(x_i)| \leq$$

$$|T_1^+(x_i) - T_3^+(x_i)| + |I_1^+(x_i) - I_3^+(x_i)| + |F_1^+(x_i) - F_3^+(x_i)| +$$

$$|T_1^-(x_i) - T_3^-(x_i)| + |I_1^-(x_i) - I_3^-(x_i)| + |F_1^-(x_i) - F_3^-(x_i)|,$$

$$\frac{2 + T_1^+\left(x_j\right) - I_1^+\left(x_j\right) - F_1^+\left(x_j\right)}{6} \leq \frac{2 + T_2^+\left(x_j\right) - I_2^+\left(x_j\right) - F_2^+\left(x_j\right)}{6}$$
$$\leq \frac{2 + T_3^+\left(x_j\right) - I_3^+\left(x_j\right) - F_3^+\left(x_j\right)}{6}$$

$$\frac{2 + T_1^-\left(x_j\right) - I_1^-\left(x_j\right) - F_1^-\left(x_j\right)}{6} \leq \frac{2 + T_2^-\left(x_j\right) - I_2^-\left(x_j\right) - F_2^-\left(x_j\right)}{6}$$
$$\leq \frac{2 + T_3^-\left(x_j\right) - I_3^-\left(x_j\right) - F_3^-\left(x_j\right)}{6}$$

$$0 \leq \frac{T_2^+\left(x_j\right) - T_1^+\left(x_j\right) + I_1^+\left(x_j\right) - I_2^+\left(x_j\right)}{4} \leq \frac{T_3^+\left(x_j\right) - T_1^+\left(x_j\right) + I_1^+\left(x_j\right) - I_3^+\left(x_j\right)}{4}$$

$$0 \leq \frac{T_2^-\left(x_j\right) - T_1^-\left(x_j\right) + I_1^-\left(x_j\right) - I_2^-\left(x_j\right)}{4} \leq \frac{T_3^-\left(x_j\right) - T_1^-\left(x_j\right) + I_1^-\left(x_j\right) - I_3^-\left(x_j\right)}{4}$$

$$0 \leq \frac{T_2^+\left(x_j\right) - T_1^+\left(x_j\right) + F_1^+\left(x_j\right) - F_2^+\left(x_j\right)}{4} \leq \frac{T_3^+\left(x_j\right) - T_1^+\left(x_j\right) + F_1^+\left(x_j\right) - F_3^+\left(x_j\right)}{4}$$

$$0 \le \frac{T_2^-(x_j) - T_1^-(x_j) + F_1^-(x_j) - F_2^-(x_j)}{4} \le \frac{T_3^-(x_j) - T_1^-(x_j) + F_1^-(x_j) - F_3^-(x_j)}{4}$$

$\varphi_i^{A_1A_2}(x_j) \le \varphi_i^{A_1A_3}(x_j)$, $\varphi_i^{A_2A_3}(x_j) \le \varphi_i^{A_1A_3}(x_j), i = 1,2,3,4 \;\; j = 1,2,\dots,n,$

$d_\lambda(A_1, A_3) \ge d_\lambda(A_1, A_2)$ ve $d_\lambda(A_1, A_3) \ge d_\lambda(A_2, A_3)$, $\lambda > 0$.

Tanım 3.1.3 A_1 ve A_2 iki tane bipolar neutrosophic küme**,** X evrensel bir küme

olsun. $X = \{x_1 x_2, \dots, x_n\}$,

$$A_1 = \langle x_i, T_1^+(x_i), I_1^+(x_i), F_1^+(x_i), T_1^-(x_i), I_1^-(x_i), F_1^-(x_i) \rangle$$

and

$$A_2 = \langle x_i, T_2^+(x_i), I_2^+(x_i), F_2^+(x_i), T_2^-(x_i), I_2^-(x_i), F_2^-(x_i) \rangle.$$

bipolar neutrosophic ağırlık benzerlik ölçümü şu şekilde tanımlanır.

$$\vartheta_\lambda(A_1, A_2) = 1 - d_\lambda(A_1, A_2) \qquad (4)$$

Önerme 3.1.4 $\lambda > 0$ için, benzerlik ölçümü $\vartheta_\lambda(A_1, A_2)$ aşagıdaki özellikleri sağlar:

(HD1) $0 \le \vartheta_\lambda(A_1, A_2) \le 1$;

(HD2) $\vartheta_\lambda(A_1, A_2) = 1$ gerek ve yeter şart $A_1 = A_2$;

(HD3) $\vartheta_\lambda(A_1, A_2) = \vartheta_\lambda(A_2, A_1)$;

(HD4) $A_3 \in X, A_1 \subseteq A_2 \subseteq A_3$ ise

$\vartheta_\lambda(A_1, A_2) \ge \vartheta_\lambda(A_1, A_3)$ ve $\vartheta_\lambda(A_2, A_3) \ge \vartheta_\lambda(A_1, A_3)$ dür.

Tanım 3.1.5 E noktalar kümesi ve E: bipolar neutrosophic →[0,1] dönüşümü olsun. Aşağıdaki şartları sağlayan E ye bir entropy ölçüm denir.

(E1) E(A_1)=0(minimum) ancak ve ancak A veya ${A_1}^c$ crisp küme;

(E2) E(A_1)=1(maximum) ancak ve ancak A_1=${A_1}^c$ $T_1^+(x_i) = F_1^+(x_i)$,

$T_1^-(x_i) = F_1^-(x_i)$, $I_1^+(x_i) = I_1^-(x_i) = 0.5$ for all $x_i \in X$

(E3) A , A_2 den daha az bulanık ise E(A_1)≤E(A_2)

$T_1^+(x_i) \leq T_2^+(x_i)$, $F_2^+(x_i) \leq F_1^+(x_i)$, için $T_2^+(x_i) \leq F_2^+(x_i)$ ve $I_1^+(x_i) = I_2^+(x_i) = 0.5$

$T_1^-(x_i) \geq T_2^-(x_i)$, $F_2^-(x_i) \geq F_1^-(x_i)$, için $T_2^-(x_i) \geq F_2^-(x_i)$ ve $I_1^-(x_i) = I_2^-(x_i) = 0.5$

veya

$T_1^+(x_i) \geq T_2^+(x_i)$, $F_2^+(x_i) \geq F_1^+(x_i)$, için $T_2^+(x_i) \geq F_2^+(x_i)$ ve $I_1^+(x_i) = I_2^+(x_i) = 0.5$

$T_1^-(x_i) \leq T_2^-(x_i)$, $F_2^-(x_i) \leq F_1^-(x_i)$, için $T_2^-(x_i) \leq F_2^-(x_i)$ ve $I_1^-(x_i) = I_2^-(x_i) = 0.5$

(E4) E(A_1)=E(${A_1}^c$).

Tanım 3.1.5 A_1 ve A_2 iki tane bipolar neutrosophic küme olsun. İndex mesafe ölçümü aşağıdaki gibi tanımlanır;

$$I_\lambda(A_1, A_2) = \frac{d_\lambda(A_1, A_2)}{d_\lambda(A_1, {A_2}^c)},$$

Önerme 3.1.6 A_1 ve A_2 iki tane bipolar neutrosophic küme olsun. İndex mesafe ölçümü $I_\lambda(A_1, A_2)$ aşağıdaki özellikleri sağlar;

$(I1)$ $I_\lambda(A_1, A_2) = 0$ ancak ve ancak $A_1 = A_2$;

$(I2)$ $I_\lambda(A_1, A_2) = 0$ ancak ve ancak $d_\lambda(A_1, A_2) = d_\lambda(A_1, {A_2}^c)$;

$(I3)$ $I_\lambda(A_1, A_2) \to +\infty, A_1 = {A_2}^c$, A_1 ve A_2 tamamen farklı anlamına gelir;

$(I4)$ $When\ A_1 = A_2 = {A_2}^c$, A_1ve A_2 dağılım ölçümü maximum değere ulaşır.

$(I5)$ $I_\lambda(A_1, A_2) < 1$ means compare with ${A_2}^c A_1$ is more similar to A_2;

$(I6)$ $I_\lambda(A_1, A_2) > 1$ means compare with ${A_2}^c A_1$ is less similar to A_2.

3.2. Tekrarlı Neutrosophic Kümeler İçin Hybrid Mesafeye Dayalı Benzerlik Ölçümü

Tanım 3.2.1. Evrensel bir küme üzerinde $\mathcal{A}$ ve $\mathcal{B}$ iki tane tekrarlı neutrosophic küme aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\mathcal{A} = \{\prec u, \left(\mu_{\mathcal{A}}^1(u), \mu_{\mathcal{A}}^2(u), \dots \mu_{\mathcal{A}}^p(u)\right), \left(v_{\mathcal{A}}^1(u), v_{\mathcal{A}}^2(u), \dots v_{\mathcal{A}}^p(u)\right), \left(w_{\mathcal{A}}^1(u), w_{\mathcal{A}}^2(u), \dots w_{\mathcal{A}}^p(u)\right) \succ : u \in \mathcal{U}\}$$

Ve

$\mathcal{B} = \{< u, \left(\mu_{\mathcal{B}}^{1}(u), \mu_{\mathcal{B}}^{2}(u), \dots \mu_{\mathcal{B}}^{p}(u)\right), \left(v_{\mathcal{B}}^{1}(u), v_{\mathcal{B}}^{2}(u), \dots v_{\mathcal{B}}^{p}(u)\right), \left(w_{\mathcal{B}}^{1}(u), w_{\mathcal{B}}^{2}(u), \dots w_{\mathcal{B}}^{p}(u)\right) >: u \in \mathcal{U}\}$

$\mu_{\mathcal{A}}^{i}(u), \mu_{\mathcal{B}}^{i}(u), v_{\mathcal{A}}^{i}(u), v_{\mathcal{B}}^{i}(u), w_{\mathcal{A}}^{i}(u), w_{\mathcal{B}}^{i}(u) \in [0,1]$, $\forall\, i = 1,2, \dots P$.

$\omega_i \geq 0, i = 1,2, \dots P$ ve $\sum_{i=1}^{P} \omega_i = 1$. ω_i, ağırlık vektörü.

Genelleştirilmiş tekrarlı neutrosophic ağırlık mesafe ölçümü aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$d_P(\mathcal{A},\mathcal{B}\ ) = \left\{\frac{1}{3}\sum_{i=1}^{P} \omega_i\, [\left|\mu_{\mathcal{A}}^{i}(u_i) - \mu_{\mathcal{B}}^{i}(u_i)\right|^{P} + \left|v_{\mathcal{A}}^{i}(u_i) - v_{\mathcal{B}}^{i}(u_i)\right|^{P} + \left|w_{\mathcal{A}}^{i}(u_i) - w_{\mathcal{B}}^{i}(u_i)\right|^{P}]\right\}^{1/P} \quad (5)$$

$P > 0$.

Hamming mesafe ve Euclidean mesafe, iki farklı mesafe ölçümleridir. $P = 1,2$ olduğunda sırasıyla tekrarlı neutrosophic ağırlıklı Hamming mesafesi, tekrarlı neutrosophic ağırlıklı Euclidean mesafesini aşağıdaki gibi tanımlarız.

$$d(\mathcal{A},\mathcal{B}\ ) = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{P} \omega_i\, [\left|\mu_{\mathcal{A}}^{i}(u_i) - \mu_{\mathcal{B}}^{i}(u_i)\right| + \left|v_{\mathcal{A}}^{i}(u_i) - v_{\mathcal{B}}^{i}(u_i)\right| + \left|w_{\mathcal{A}}^{i}(u_i) - w_{\mathcal{B}}^{i}(u_i)\right|, \quad (6)$$

$$d_2(\mathcal{A},\mathcal{B}\ ) = \left\{\frac{1}{3}\sum_{i=1}^{P} \omega_i \left[\left|\mu_{\mathcal{A}}^{i}(u_i) - \mu_{\mathcal{B}}^{i}(u_i)\right|^2 + \left|v_{\mathcal{A}}^{i}(u_i) - v_{\mathcal{B}}^{i}(u_i)\right|^2 + \left|w_{\mathcal{A}}^{i}(u_i) - w_{\mathcal{B}}^{i}(u_i)\right|^2\right]\right\}^{1/2} \quad (7)$$

(6) ve (7) eşitlikleri (5) eşitliğin özel halidir. Öyleyse, mesafe ölçümü için aşağıdaki önermeleri yazarız.

Önerme 3.2.2 $d_p(\mathcal{A},\mathcal{B})$ mesafe ölçümü aşağıdaki özellikleri sağlar $p > 0$ için.

(H1) $0 \leq d_p(\mathcal{A},\mathcal{B}\ ) \leq 1$;

(H2)$d_p(\mathcal{A},\mathcal{B}\ ) = 0$ ancak ve ancak $\mathcal{A} = \mathcal{B}$;

(H3)$d_p(\mathcal{A},\mathcal{B}\ ) = d_p(\mathcal{B},\mathcal{A}\ )$;

(H4)If $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{B} \subseteq \mathcal{C}$, $\mathcal{C}, \mathcal{U}$ da tekrarlı neutrosophic ise,$d_p(\mathcal{A},\mathcal{B}\ ) \leq d_p(\mathcal{A},\mathcal{C})$

Ve $d_p(\mathcal{B},\mathcal{C}) \leq d_p(\mathcal{A},\mathcal{C})$.

İspat: $d_p(\mathcal{A},\mathcal{B}\ )$ nin $(H1) - (H3)$. Özelliklerini sağladığını görmek kolaydır. Bu

yüzden (H4) ispatlıyacağız.

$\mathcal{A} \subseteq \mathcal{B} \subseteq \mathcal{C}$, olsun

$\mu^i_{\mathcal{A}}(u) \leq \mu^i_{\mathcal{B}}(u) \leq \mu^i_{\mathcal{C}}(u)$, $v^i_{\mathcal{A}}(u) \geq v^i_{\mathcal{B}}(u) \geq \mu^i_{\mathcal{C}}(u)$, $w^i_{\mathcal{A}}(u) \geq w^i_{\mathcal{B}}(u) \geq \mu^i_{\mathcal{C}}(u)$, $\forall\, u_i \in \mathcal{U}$

Ve

$i = 1,2, \dots P$ aşağıdaki bağıntıları elde ederiz;

$$\left|\mu^i_{\mathcal{A}}(u_i) - \mu^i_{\mathcal{B}}(u_i)\right|^P \leq \left|\mu^i_{\mathcal{A}}(u_i) - \mu^i_{\mathcal{C}}(u_i)\right|^P; \left|\mu^i_{\mathcal{B}}(u_i) - \mu^i_{\mathcal{C}}(u_i)\right|^P \leq \left|\mu^i_{\mathcal{A}}(u_i) - \mu^i_{\mathcal{C}}(u_i)\right|^P,$$

$$\left|v^i_{\mathcal{A}}(u_i) - v^i_{\mathcal{B}}(u_i)\right|^P \leq \left|v^i_{\mathcal{A}}(u_i) - v^i_{\mathcal{C}}(u_i)\right|^P; \left|v^i_{\mathcal{B}}(u_i) - v^i_{\mathcal{C}}(u_i)\right|^P \leq \left|v^i_{\mathcal{A}}(u_i) - v^i_{\mathcal{C}}(u_i)\right|^P,$$

$$\left|w^i_{\mathcal{A}}(u_i) - w^i_{\mathcal{B}}(u_i)\right|^P \leq \left|w^i_{\mathcal{A}}(u_i) - w^i_{\mathcal{C}}(u_i)\right|^P; \left|w^i_{\mathcal{B}}(u_i) - w^i_{\mathcal{C}}(u_i)\right|^P \leq \left|w^i_{\mathcal{A}}(u_i) - w^i_{\mathcal{C}}(u_i)\right|^P,$$

Öyleyse,

$$\left|\mu^i_{\mathcal{A}}(u_i) - \mu^i_{\mathcal{B}}(u_i)\right|^P + \left|v^i_{\mathcal{A}}(u_i) - v^i_{\mathcal{B}}(u_i)\right|^P + \left|w^i_{\mathcal{A}}(u_i) - w^i_{\mathcal{B}}(u_i)\right|^P$$

$$\leq \left|\mu^i_{\mathcal{A}}(u_i) - \mu^i_{\mathcal{C}}(u_i)\right|^P + \left|v^i_{\mathcal{A}}(u_i) - v^i_{\mathcal{C}}(u_i)\right|^P + \left|w^i_{\mathcal{A}}(u_i) - w^i_{\mathcal{C}}(u_i)\right|^P,$$

$$\left|\mu^i_{\mathcal{B}}(u_i) - \mu^i_{\mathcal{C}}(u_i)\right|^P + \left|v^i_{\mathcal{B}}(u_i) - v^i_{\mathcal{C}}(u_i)\right|^P + \left|w^i_{\mathcal{B}}(u_i) - w^i_{\mathcal{C}}(u_i)\right|^P$$

$$\leq \left|\mu^i_{\mathcal{A}}(u_i) - \mu^i_{\mathcal{C}}(u_i)\right|^P + \left|v^i_{\mathcal{A}}(u_i) - v^i_{\mathcal{C}}(u_i)\right|^P + \left|w^i_{\mathcal{A}}(u_i) - w^i_{\mathcal{C}}(u_i)\right|^P$$

$d_\lambda(\mathcal{A},\mathcal{C}) \geq d_\lambda(\mathcal{A},\mathcal{B})$ ve $d_\lambda(\mathcal{A},\mathcal{C}) \geq d_\lambda(\mathcal{B},\mathcal{C})$ için $\lambda > 0$.

Örnek 3.2.3 $\mathcal{U}$ evrensel kümesi üzerinde tekrarlı neutrosophic ağırlıklı Hamming mesafesi ve tekrarlı neutrosophic ağırlıklı Euclidean mesafesi olduğunu varsayalım.

$\omega_1 = 0.2, \omega_2 = 0.4, \omega_3 = 0.4.$

$$\mathcal{A} = \langle u, (0.8,0.5,0.6), (0.3,0.1,0.5), (0.2,0.3,0.4)\rangle$$

$$\mathcal{B} = \langle u, (0.5,0.7,0.6), (0.2,0.3,0.4), (0.1,0.3,0.2)\rangle$$

$$d(\mathcal{A},\mathcal{B}) = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{P} \omega_i \left[\left|\mu^i_{\mathcal{A}}(u_i) - \mu^i_{\mathcal{B}}(u_i)\right| + \left|v^i_{\mathcal{A}}(u_i) - v^i_{\mathcal{B}}(u_i)\right| + \left|w^i_{\mathcal{A}}(u_i) - w^i_{\mathcal{B}}(u_i)\right|\right]$$

$$= \frac{1}{3}\begin{bmatrix} \omega_1(|\mu_{\mathcal{A}}^1(u_1) - \mu_{\mathcal{B}}^1(u_1)| + |v_{\mathcal{A}}^1(u_1) - v_{\mathcal{B}}^1(u_1)| + |w_{\mathcal{A}}^1(u_1) - w_{\mathcal{B}}^1(u_1)|) \\ +\omega_2(|\mu_{\mathcal{A}}^2(u_2) - \mu_{\mathcal{B}}^2(u_2)| + |v_{\mathcal{A}}^2(u_2) - v_{\mathcal{B}}^2(u_2)| + |w_{\mathcal{A}}^2(u_2) - w_{\mathcal{B}}^2(u_2)|) \\ +\omega_3(\left|\mu_{\mathcal{A}}^3(u_3) - \mu_{\mathcal{B}}^3(u_3)\right| + \left|v_{\mathcal{A}}^3(u_3) - v_{\mathcal{B}}^3(u_3)\right| + \left|w_{\mathcal{A}}^3(u_3) - w_{\mathcal{B}}^3(u_3)\right|) \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{3}[0.2(|0.8 - 0.5| + |0.3 - 0.2| + |0.2 - 0.1|)$$

$$+0.4(|0.5 - 0.7| + |0.1 - 0.3| + |0.3 - 0.3|)$$

$$+0.4(|0.6 - 0.6| + |0.5 - 0.4| + |0.4 - 0.2|)]$$

$$= \frac{1}{3}\left[\left(0.2(0.3 + 0.1 + 0.1)\right) + \left(0.4(0.2 + 0.2)\right) + \left(0.4(0.1 + 0.2)\right)\right]$$

$d(\mathcal{A}, \mathcal{B}\ ) = 0{,}127$

$$d_2(\mathcal{A}, \mathcal{B}\ ) = \left\{\frac{1}{3}\sum_{i=1}^{P} \omega_i \left[\left|\mu_{\mathcal{A}}^i(u_i) - \mu_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right|^2 + \left|v_{\mathcal{A}}^i(u_i) - v_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right|^2 + \left|w_{\mathcal{A}}^i(u_i) - w_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right|^2\right]\right\}^{1/2}$$

$$= \begin{Bmatrix} \frac{1}{3}[\omega_1(|\mu_{\mathcal{A}}^1(u_1) - \mu_{\mathcal{B}}^1(u_1)|^2 + |v_{\mathcal{A}}^1(u_1) - v_{\mathcal{B}}^1(u_1)|^2 + |w_{\mathcal{A}}^1(u_1) - w_{\mathcal{B}}^1(u_1)|^2) \\ +\omega_2(|\mu_{\mathcal{A}}^2(u_2) - \mu_{\mathcal{B}}^2(u_2)|^2 + |v_{\mathcal{A}}^2(u_2) - v_{\mathcal{B}}^2(u_2)|^2 + |w_{\mathcal{A}}^2(u_2) - w_{\mathcal{B}}^2(u_2)|^2) \\ +\omega_3(\left|\mu_{\mathcal{A}}^3(u_3) - \mu_{\mathcal{B}}^3(u_3)\right|^2 + \left|v_{\mathcal{A}}^3(u_3) - v_{\mathcal{B}}^3(u_3)\right|^2 + \left|w_{\mathcal{A}}^3(u_3) - w_{\mathcal{B}}^3(u_3)\right|^2)] \end{Bmatrix}^{1/2}$$

$$= \begin{Bmatrix} \frac{1}{3}[0.2(|0.8 - 0.5|^2 + |0.3 - 0.2|^2 + |0.2 - 0.1|^2) \\ +0.4(|0.5 - 0.7|^2 + |0.1 - 0.3|^2 + |0.3 - 0.3|^2) \\ +0.4(|0.6 - 0.6|^2 + |0.5 - 0.4|^2 + |0.4 - 0.2|^2)] \end{Bmatrix}^{1/2}$$

$$= \left[\frac{1}{3}\left\{\left(0{,}2(0{,}09 + 0{,}01 + 0{,}01)\right) + \left(0{,}4(0{,}04 + 0{,}04)\right) + \left(0{,}4(0{,}01 + 0{,}04)\right)\right\}\right]^{1/2}$$

$d_2(\mathcal{A}, \mathcal{B}\ ) = 0{,}157$

Tanım 3.2.4

$$\mathcal{A} = \{\prec u, \left(\mu_{\mathcal{A}}^1(u), \mu_{\mathcal{A}}^2(u), \ldots \mu_{\mathcal{A}}^p(u)\right), \left(v_{\mathcal{A}}^1(u), v_{\mathcal{A}}^2(u), \ldots v_{\mathcal{A}}^p(u)\right), \left(w_{\mathcal{A}}^1(u), w_{\mathcal{A}}^2(u), \ldots w_{\mathcal{A}}^p(u)\right) \succ : u \in \mathcal{U}\}$$

Ve

$$\mathcal{B} = \{\prec u, \left(\mu_{\mathcal{B}}^1(u), \mu_{\mathcal{B}}^2(u), \ldots \mu_{\mathcal{B}}^p(u)\right), \left(v_{\mathcal{B}}^1(u), v_{\mathcal{B}}^2(u), \ldots v_{\mathcal{B}}^p(u)\right), \left(w_{\mathcal{B}}^1(u), w_{\mathcal{B}}^2(u), \ldots w_{\mathcal{B}}^p(u)\right) \succ : u \in \mathcal{U}\}$$

İki tane tekrarlı neutrosophic küme. $\mathcal{A}$ ve $\mathcal{B}$ tekrarlı neutrosophic kümeleri arasında

hybrid benzerlik mesafesi şu şekilde tanımlanır;

$$Hybd(\mathcal{A},\mathcal{B}) = \varphi\left(\frac{1}{3}\sum_{i=1}^{P}\omega_i\left[\left|\mu_{\mathcal{A}}^i(u_i)-\mu_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right|+\left|v_{\mathcal{A}}^i(u_i)+v_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right|+\left|w_{\mathcal{A}}^i(u_i)-w_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right|\right]\right)+$$

$$(1-\varphi)\left(\frac{1}{3}\sum_{i=1}^{P}\omega_i\left[\left|\mu_{\mathcal{A}}^i(u_i)-\mu_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right|^2+\left|v_{\mathcal{A}}^i(u_i)+v_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right|^2+\left|w_{\mathcal{A}}^i(u_i)-w_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right|^2\right]\right)^{1/2},$$

$(i = 1,2, \ldots, P)$.

Benzerlik ve mesafe ölçümleri birbirlerinin tamamlayıcılarıdır. Biri arttığında diğeri azalır. Yani aralarında ters orantı vardır. Bu yüzden,

$$\delta_p(\mathcal{A},\mathcal{B}) = 1 - Hyb\mathrm{d}(\mathcal{A},\mathcal{B})$$

Böylece mesafe ölçümünün özellikleri, benzerlik ölçümü içinde sağlar.

Uyarı; Hybrid benzerlik ölçümünü karşılaştırmak için, pozitif ideal tekrarlı neutrosophic çözümü ve negatif ideal tekrarlı neutrosophic çözümü sırasıyla aşağıdaki gibidir;

$$\varphi_i{}^+ = \left\langle\frac{max\left(\mu_{\mathcal{A}}^1(u),\mu_{\mathcal{A}}^2(u),\ldots\mu_{\mathcal{A}}^p(u)\right)+min\left(v_{\mathcal{A}}^1(u),v_{\mathcal{A}}^2(u),\ldots v_{\mathcal{A}}^p(u)\right)+min\left(w_{\mathcal{A}}^1(u),w_{\mathcal{A}}^2(u),\ldots w_{\mathcal{A}}^p(u)\right)}{3}\right\rangle$$

$$\varphi_i{}^- = \left\langle\frac{min\left(\mu_{\mathcal{A}}^1(u),\mu_{\mathcal{A}}^2(u),\ldots\mu_{\mathcal{A}}^p(u)\right)+max\left(v_{\mathcal{A}}^1(u),v_{\mathcal{A}}^2(u),\ldots v_{\mathcal{A}}^p(u)\right)+max\left(w_{\mathcal{A}}^1(u),w_{\mathcal{A}}^2(u),\ldots w_{\mathcal{A}}^p(u)\right)}{3}\right\rangle$$

$(i = 1,2, \ldots n)$.

Önerme 3.2.5 $\delta_p(\mathcal{A},\mathcal{B})$ benzerlik ölçümü aşağıdaki özellikleri sağlar $p > 0$ için.

(HD1) $0 \leq \delta_p(\mathcal{A},\mathcal{B}) \leq 1$;

(HD2) $\delta_p(\mathcal{A},\mathcal{B}) = 1$ ancak ve ancak $\mathcal{A} = \mathcal{B}$;

(HD3) $\delta_p(\mathcal{A},\mathcal{B}) = \delta_p(\mathcal{B},\mathcal{A})$;

(HD4) If $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{B} \subseteq \mathcal{C}$, $\mathcal{C}, \mathcal{U}$ üzerinde tekrarlı neutrosophic küme,

$\delta_p(\mathcal{A}, \mathcal{C}) \leq \delta_p(\mathcal{A}, \mathcal{B})$ ve $\delta_p(\mathcal{A}, \mathcal{C}) \leq \delta_p(\mathcal{B}, \mathcal{C})$.

$\forall\, u \in \mathcal{U}$ evrensel kümesi üzerinde iki tane tekrarlı neutrosophic küme olsun;

$$\mathcal{A} = \{\prec u, \left(\mu_{\mathcal{A}}^1(u), \mu_{\mathcal{A}}^2(u), \dots \mu_{\mathcal{A}}^p(u)\right), \left(v_{\mathcal{A}}^1(u), v_{\mathcal{A}}^2(u), \dots v_{\mathcal{A}}^p(u)\right), \left(w_{\mathcal{A}}^1(u), w_{\mathcal{A}}^2(u), \dots w_{\mathcal{A}}^p(u)\right) \succ : u \in \mathcal{U}\}$$

Ve

$$\mathcal{B} = \{\prec u, \left(\mu_{\mathcal{B}}^1(u), \mu_{\mathcal{B}}^2(u), \dots \mu_{\mathcal{B}}^p(u)\right), \left(v_{\mathcal{B}}^1(u), v_{\mathcal{B}}^2(u), \dots v_{\mathcal{B}}^p(u)\right), \left(w_{\mathcal{B}}^1(u), w_{\mathcal{B}}^2(u), \dots w_{\mathcal{B}}^p(u)\right) \succ : u \in \mathcal{U}\}$$

Öyleyse, mesafe ve benzerlik ölçümü arasındaki ilişkiye göre tekrarlı neutrosophic benzerlik ölçümünü aşağıgaki gibi elde ederiz.

$$\delta(\mathcal{A}, \mathcal{B}) = 1 - Hybd(\mathcal{A}, \mathcal{B})$$

$$= 1 - \left(\varphi\left(\frac{1}{3}\sum_{i=1}^{P}\omega_i\left[\left|\mu_{\mathcal{A}}^i(u_i) - \mu_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right| + \left|v_{\mathcal{A}}^i(u_i) + v_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right| + \left|w_{\mathcal{A}}^i(u_i) - w_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right|\right]\right) + \right.$$

$$\left.(1-\varphi)\left(\frac{1}{3}\sum_{i=1}^{P}\omega_i\left[\left|\mu_{\mathcal{A}}^i(u_i) - \mu_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right|^2 + \left|v_{\mathcal{A}}^i(u_i) + v_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right|^2 + \left|w_{\mathcal{A}}^i(u_i) - w_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right|^2\right]\right)^{1/2}\right) \quad (8)$$

Açıkcası mesafe ve benzerlik ölçümü arasındaki ilişkiyle önerme 3.2.5 de (HD1) ve (HD4) özelliklerini sağladığını ve önerme 3.2.2 nin ispatını kolayca gösterebiliriz.

Ayrıca, tekrarlı neutrosophic benzerlik ölçümünü farklı şekilde de gösterebiliriz.

$$\delta_2(\mathcal{A}, \mathcal{B}) = \frac{1 - Hybd(\mathcal{A}, \mathcal{B})}{1 + Hybd(\mathcal{A}, \mathcal{B})}$$

$$= \frac{1 - \begin{pmatrix} \varphi\left(\frac{1}{3}\sum_{i=1}^{P}\omega_i\left[\left|\mu_{\mathcal{A}}^i(u_i) - \mu_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right| + \left|v_{\mathcal{A}}^i(u_i) + v_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right| + \left|w_{\mathcal{A}}^i(u_i) - w_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right|\right]\right) + \\ (1-\varphi)\left(\frac{1}{3}\sum_{i=1}^{P}\omega_i\left[\left|\mu_{\mathcal{A}}^i(u_i) - \mu_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right|^2 + \left|v_{\mathcal{A}}^i(u_i) + v_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right|^2 + \left|w_{\mathcal{A}}^i(u_i) - w_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right|^2\right]\right)^{1/2} \end{pmatrix}}{1 + \begin{pmatrix} \varphi\left(\frac{1}{3}\sum_{i=1}^{P}\omega_i\left[\left|\mu_{\mathcal{A}}^i(u_i) - \mu_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right| + \left|v_{\mathcal{A}}^i(u_i) + v_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right| + \left|w_{\mathcal{A}}^i(u_i) - w_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right|\right]\right) + \\ (1-\varphi)\left(\frac{1}{3}\sum_{i=1}^{P}\omega_i\left[\left|\mu_{\mathcal{A}}^i(u_i) - \mu_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right|^2 + \left|v_{\mathcal{A}}^i(u_i) + v_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right|^2 + \left|w_{\mathcal{A}}^i(u_i) - w_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right|^2\right]\right)^{1/2} \end{pmatrix}} \quad (9)$$

Öyleyse $\delta_2(\mathcal{A}, \mathcal{B})$ benzerlik ölçümü önerme 3.2.5 de (HD1) ve (HD4) özelliklerini

sağlar.

İspat: $\delta_2(\mathcal{A},\mathcal{B})$, (HD1) ve (HD3) özelliklerini sağladığını kolayca gösterilir. Bu yüzden sadece (HD4) özelliğini göstereceğiz.

$\delta_p(\mathcal{A},\mathcal{B}) \leq \delta_p(\mathcal{A},\mathcal{C})$ ve $\delta_p(\mathcal{B},\mathcal{C}) \leq \delta_p(\mathcal{A},\mathcal{C})$ $p > 0$ için (HD4) özelliğinden

$1 - \delta_p(\mathcal{A},\mathcal{B}) \geq 1 - \delta_p(\mathcal{A},\mathcal{C}),\ 1 - \delta_p(\mathcal{B},\mathcal{C}) \geq 1 - \delta_p(\mathcal{A},\mathcal{C})$

$1 + \delta_p(\mathcal{A},\mathcal{B}) \leq 1 + \delta_p(\mathcal{A},\mathcal{C})$ ve $1 + \delta_p(\mathcal{B},\mathcal{C}) \leq 1 + \delta_p(\mathcal{A},\mathcal{C})$. Öyle ise aşağıdaki eşitlikler sağlar;

$$\frac{1 - d_p(\mathcal{A},\mathcal{B})}{1 + d_p(\mathcal{A},\mathcal{B})} \geq \frac{1 - d_p(\mathcal{A},\mathcal{C})}{1 + d_p(\mathcal{A},\mathcal{C})} \text{ ve } \frac{1 - d_p(\mathcal{B},\mathcal{C})}{1 + d_p(\mathcal{B},\mathcal{C})} \geq \frac{1 - d_p(\mathcal{A},\mathcal{C})}{1 + d_p(\mathcal{A},\mathcal{C})}.$$

$\delta_p(\mathcal{A},\mathcal{C}) \leq \delta_p(\mathcal{A},\mathcal{B})$ ve $\delta_p(\mathcal{A},\mathcal{C}) \leq \delta_p(\mathcal{B},\mathcal{C})$. Öyleyse (HD4) özelliği sağlanır.

Örnek 3.1.6 $\mathcal{U}$ evrensel kümesi üzerinde tekrarlı neutrosophic hybrid benzerlik ölçümü olduğunu varsayalım; $\omega_1 = 0.2$, $\omega_2 = 0.3$, $\omega_3 = 0.5$.

$$\mathcal{A} = \langle u, (0.5,0.5,0.3), (0.8,0.1,0.2), (0.2,0.8,0.9)\rangle$$

$$\mathcal{B} = \langle u, (0.5,0.1,0.6), (0.2,0.3,0.9), (0.6,0.3,0.2)\rangle$$

$$ideali = \langle 0.6,0.1, 0.2\rangle, \varphi = \frac{0.9}{3} = 0.3$$

$$Hybd(\mathcal{A},\mathcal{B}) = \left(\varphi\left(\frac{1}{3}\sum_{i=1}^{P}\omega_i\left[\left|\mu_{\mathcal{A}}^i(u_i) - \mu_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right| + \left|v_{\mathcal{A}}^i(u_i) + v_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right| + \left|w_{\mathcal{A}}^i(u_i) - w_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right|\right]\right) + \right.$$

$$\left.(1-\varphi)\left(\frac{1}{3}\sum_{i=1}^{P}\omega_i\left[\left|\mu_{\mathcal{A}}^i(u_i) - \mu_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right|^2 + \left|v_{\mathcal{A}}^i(u_i) + v_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right|^2 + \left|w_{\mathcal{A}}^i(u_i) - w_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right|^2\right]\right)^{1/2}\right)$$

$$=\left(\begin{array}{c}\varphi\left(\frac{1}{3}\begin{bmatrix}\omega_1\left(\left|\mu^1_{\mathcal{A}}(u_1)-\mu^1_{\mathcal{B}}(u_1)\right|+\left|v^1_{\mathcal{A}}(u_1)-v^1_{\mathcal{B}}(u_1)\right|+\left|w^1_{\mathcal{A}}(u_1)-w^1_{\mathcal{B}}(u_1)\right|\right)\\+\omega_2\left(\left|\mu^2_{\mathcal{A}}(u_2)-\mu^2_{\mathcal{B}}(u_2)\right|+\left|v^2_{\mathcal{A}}(u_2)-v^2_{\mathcal{B}}(u_2)\right|+\left|w^2_{\mathcal{A}}(u_2)-w^2_{\mathcal{B}}(u_2)\right|\right)\\+\omega_3\left(\left|\mu^3_{\mathcal{A}}(u_3)-\mu^3_{\mathcal{B}}(u_3)\right|+\left|v^3_{\mathcal{A}}(u_3)-v^3_{\mathcal{B}}(u_3)\right|+\left|w^3_{\mathcal{A}}(u_3)-w^3_{\mathcal{B}}(u_3)\right|\right)\end{bmatrix}\right)\\+(1-\varphi)\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{3}[\omega_1\left(\left|\mu^1_{\mathcal{A}}(u_1)-\mu^1_{\mathcal{B}}(u_1)\right|^2+\left|v^1_{\mathcal{A}}(u_1)-v^1_{\mathcal{B}}(u_1)\right|^2+\left|w^1_{\mathcal{A}}(u_1)-w^1_{\mathcal{B}}(u_1)\right|^2\right)\\+\omega_2\left(\left|\mu^2_{\mathcal{A}}(u_2)-\mu^2_{\mathcal{B}}(u_2)\right|^2+\left|v^2_{\mathcal{A}}(u_2)-v^2_{\mathcal{B}}(u_2)\right|^2+\left|w^2_{\mathcal{A}}(u_2)-w^2_{\mathcal{B}}(u_2)\right|^2\right)\\+\omega_3\left(\left|\mu^3_{\mathcal{A}}(u_3)-\mu^3_{\mathcal{B}}(u_3)\right|^2+\left|v^3_{\mathcal{A}}(u_3)-v^3_{\mathcal{B}}(u_3)\right|^2+\left|w^3_{\mathcal{A}}(u_3)-w^3_{\mathcal{B}}(u_3)\right|^2\right)]\end{array}\right\}^{1/2}\end{array}\right)$$

$$=\left(\begin{array}{c}0.3\left(\frac{1}{3}\begin{bmatrix}0.2(|0.5-0.5|+|0.8-0.2|+|0.2-0.6|)\\+0.3(|0.5-0.1|+|0.1-0.3|+|0.8-0.3|)\\+0.5(|0.3-0.6|+|0.2-0.9|+|0.9-0.2|)\end{bmatrix}\right)\\+0.7\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{3}[0.2(|0.5-0.5|^2+|0.8-0.2|^2+|0.2-0.6|^2)\\+0.3(|0.5-0.1|^2+|0.1-0.3|^2+|0.8-0.3|^2)\\+0.5(|0.3-0.6|^2+|0.2-0.9|^2+|0.9-0.2|^2)]\end{array}\right\}^{1/2}\end{array}\right)$$

$$=0.3\left(\frac{1}{3}\left[\left(0{,}2(0{,}6+0{,}4)\right)+\left(0{,}3(0{,}4+0{,}2+0{,}5)\right)+\left(0{,}5(0{,}3+0{,}7+0{,}7)\right)\right]\right)$$

$$+0.7\left(\left[\frac{1}{3}\left\{\left(0{,}2(0{,}36+0{,}16)\right)+\left(0{,}3(0{,}16+0{,}04+0{,}25)\right)+\left(0{,}5(0{,}09+0{,}49+0{,}49)\right)\right\}\right]^{1/2}\right)$$

$Hybd(\mathcal{A},\mathcal{B}\ )=0.4935$

$\delta(\mathcal{A},\mathcal{B})=1-Hybd(\mathcal{A},\mathcal{B}\ )$

$\delta(\mathcal{A},\mathcal{B})=0.5065$

3.3. TEKRARLI NEUTROSOPHİC KÜMELERDE YENİ MESAFE ÖLÇÜMÜ

Tanım 3.3.1 $\mathcal{A}$ ve $\mathcal{B}$ iki tane tekrarlı neutrosophic küme**,**

$\mathcal{A}=\{\prec u,\left(\mu^1_{\mathcal{A}}(u),\mu^2_{\mathcal{A}}(u),\dots\mu^p_{\mathcal{A}}(u)\right),\left(v^1_{\mathcal{A}}(u),v^2_{\mathcal{A}}(u),\dots v^p_{\mathcal{A}}(u)\right),\left(w^1_{\mathcal{A}}(u),w^2_{\mathcal{A}}(u),\dots w^p_{\mathcal{A}}(u)\right)\succ: u\in\mathcal{U}\}$

Ve

$\mathcal{B}=\{\prec u,\left(\mu^1_{\mathcal{B}}(u),\mu^2_{\mathcal{B}}(u),\dots\mu^p_{\mathcal{B}}(u)\right),\left(v^1_{\mathcal{B}}(u),v^2_{\mathcal{B}}(u),\dots v^p_{\mathcal{B}}(u)\right),\left(w^1_{\mathcal{B}}(u),w^2_{\mathcal{B}}(u),\dots w^p_{\mathcal{B}}(u)\right)\succ: u\in\mathcal{U}\}$

tekrarlı neutrosophic ağırlık mesafe ölçümü şu şekilde tanımlanır;

$$d(\mathcal{A},\mathcal{B}\ ) = \left[\sum_{i=1}^{n} \omega_i \left(\sum_{j=1}^{6} \beta_j\, \varphi_j(u_i)\right)^{\lambda}\right]^{\frac{1}{\lambda}} \quad (10)$$

$\lambda > 0$, $\beta_j \in [0,1]$ ve $\sum_{j=1}^{6} \beta_j = 1$, $\omega_i \in [0,1]$ ve $\sum_{i=1}^{n} \omega_i = 1$.

$$\varphi_1(u_i) = \left(\frac{\left|\mu_{\mathcal{A}}^i(u_i) - \mu_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right|}{9} + \frac{\left|v_{\mathcal{A}}^i(u_i) - v_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right|}{9} + \frac{\left|w_{\mathcal{A}}^i(u_i) - w_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right|}{9}\right)$$

$$\varphi_2(u_i) = \begin{pmatrix} max\left\{\frac{3+\mu_{\mathcal{A}}^i(u_i)-v_{\mathcal{A}}^i(u_i)-w_{\mathcal{A}}^i(u_i)}{9}, \frac{3+\mu_{\mathcal{B}}^i(u_i)-v_{\mathcal{B}}^i(u_i)-w_{\mathcal{B}}^i(u_i)}{9}\right\} \\ -min\left\{\frac{3+\mu_{\mathcal{A}}^i(u_i)-v_{\mathcal{A}}^i(u_i)-w_{\mathcal{A}}^i(u_i)}{9}, \frac{3+\mu_{\mathcal{B}}^i(u_i)-v_{\mathcal{B}}^i(u_i)-w_{\mathcal{B}}^i(u_i)}{9}\right\} \end{pmatrix}$$

$$\varphi_3(u_i) = \frac{\left|\mu_{\mathcal{A}}^i(u_i) - \mu_{\mathcal{B}}^i(u_i) + v_{\mathcal{B}}^i(u_i) - v_{\mathcal{A}}^i(u_i)\right|}{3}$$

$$\varphi_4(u_i) = \frac{\left|\mu_{\mathcal{A}}^i(u_i) - \mu_{\mathcal{B}}^i(u_i) + w_{\mathcal{B}}^i(u_i) - w_{\mathcal{A}}^i(u_i)\right|}{3}$$

$$\varphi_5(u_i) = \frac{1}{3P}\sum_{i=1}^{P}\left[\left|\mu_{\mathcal{A}}^i(u_i) - \mu_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right| + \left|v_{\mathcal{A}}^i(u_i) - v_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right| + \left|w_{\mathcal{A}}^i(u_i) - w_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right|\right]$$

$$\varphi_6(u_i) = \left\{\frac{1}{3P}\sum_{i=1}^{P}[\left|\mu_{\mathcal{A}}^i(u_i) - \mu_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right|^2 + \left|v_{\mathcal{A}}^i(u_i) - v_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right|^2 + \left|w_{\mathcal{A}}^i(u_i) - w_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right|^2]\right\}^{1/2}$$

Önerme 3.3.2 $d_\lambda(\mathcal{A},\mathcal{B})$ mesafe ölçümü aşağıdaki özellikleri sağlar $\lambda > 0$ için.

(H1) $0 \le d_\lambda(\mathcal{A},\mathcal{B}) \le 1$;

(H2) $d_\lambda(\mathcal{A},\mathcal{B}) = 0$ ancak ve ancak $\mathcal{A} = \mathcal{B}$;

(H3) $d_\lambda(\mathcal{A},\mathcal{B}) = d_\lambda(\mathcal{B},\mathcal{A})$;

(H4) $\mathcal{A} \mathrel{\tilde{\subseteq}} \mathcal{B} \mathrel{\tilde{\subseteq}} \mathcal{C}$, $\mathcal{C}$, X üzerinde tekrarlı neutrosophic küme,

$d_\lambda(\mathcal{A},\mathcal{B}) \le d_\lambda(\mathcal{A},\mathcal{C})$ ve $d_\lambda(\mathcal{B},\mathcal{C}) \le d_\lambda(\mathcal{A},\mathcal{C})$.

Proof 8. $d_\lambda(\mathcal{A},\mathcal{B})$ nin $(H1)-(H3)$. Özelliklerini sağladığını görmek kolaydır. Bu yüzden (H4) ispatlıyacağız.

$\mathcal{A} \cong \mathcal{B} \cong \mathcal{C}$ olsun

$\mu_{\mathcal{A}}^i(u) \le \mu_{\mathcal{B}}^i(u) \le \mu_{\mathcal{C}}^i(u), v_{\mathcal{A}}^i(u) \ge v_{\mathcal{B}}^i(u) \ge v_{\mathcal{C}}^i(u),\ w_{\mathcal{A}}^i(u) \ge w_{\mathcal{B}}^i(u) \ge w_{\mathcal{C}}^i(u),$

$\forall\ u \in \mathcal{U}$ ve $i = 1,2, \dots P$.

$$\left|\mu_{\mathcal{A}}^i(u_i) - \mu_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right| \le \left|\mu_{\mathcal{A}}^i(u_i) - \mu_{\mathcal{C}}^i(u_i)\right|; \left|\mu_{\mathcal{B}}^i(u_i) - \mu_{\mathcal{C}}^i(u_i)\right| \le \left|\mu_{\mathcal{A}}^i(u_i) - \mu_{\mathcal{C}}^i(u_i)\right|,$$

$$\left|v_{\mathcal{A}}^i(u_i) - v_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right| \le \left|v_{\mathcal{A}}^i(u_i) - v_{\mathcal{C}}^i(u_i)\right|; \left|v_{\mathcal{B}}^i(u_i) - v_{\mathcal{C}}^i(u_i)\right| \le \left|v_{\mathcal{A}}^i(u_i) - v_{\mathcal{C}}^i(u_i)\right|,$$

$$\left|w_{\mathcal{A}}^i(u_i) - w_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right| \le \left|w_{\mathcal{A}}^i(u_i) - w_{\mathcal{C}}^i(u_i)\right|; \left|w_{\mathcal{B}}^i(u_i) - w_{\mathcal{C}}^i(u_i)\right| \le \left|w_{\mathcal{A}}^i(u_i) - w_{\mathcal{C}}^i(u_i)\right|,$$

$$\frac{2 + \mu_{\mathcal{A}}^i(u_i) - v_{\mathcal{A}}^i(u_i) - w_{\mathcal{A}}^i(u_i)}{3} \le \frac{2 + \mu_{\mathcal{B}}^i(u_i) - v_{\mathcal{B}}^i(u_i) - w_{\mathcal{B}}^i(u_i)}{3} \le \frac{2 + \mu_{\mathcal{C}}^i(u_i) - v_{\mathcal{C}}^i(u_i) - w_{\mathcal{C}}^i(u_i)}{3}$$

$$0 \le \frac{\left|\mu_{\mathcal{A}}^i(u_i) - \mu_{\mathcal{B}}^i(u_i) + v_{\mathcal{B}}^i(u_i) - v_{\mathcal{A}}^i(u_i)\right|}{2} \le \frac{\left|\mu_{\mathcal{C}}^i(u_i) - \mu_{\mathcal{A}}^i(u_i) + v_{\mathcal{A}}^i(u_i) - v_{\mathcal{C}}^i(u_i)\right|}{2}$$

$$0 \le \frac{\left|\mu_{\mathcal{A}}^i(u_i) - \mu_{\mathcal{B}}^i(u_i) + w_{\mathcal{B}}^i(u_i) - w_{\mathcal{A}}^i(u_i)\right|}{2} \le \frac{\left|\mu_{\mathcal{C}}^i(u_i) - \mu_{\mathcal{A}}^i(u_i) + w_{\mathcal{A}}^i(u_i) - w_{\mathcal{C}}^i(u_i)\right|}{2}$$

$$\left|\mu_{\mathcal{A}}^i(u_i) - \mu_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right| + \left|v_{\mathcal{A}}^i(u_i) - v_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right| + \left|w_{\mathcal{A}}^i(u_i) - w_{\mathcal{B}}^i(u_i)\right|$$

$$\le \left|\mu_{\mathcal{A}}^i(u_i) - \mu_{\mathcal{C}}^i(u_i)\right| + \left|v_{\mathcal{A}}^i(u_i) - v_{\mathcal{C}}^i(u_i)\right| + \left|w_{\mathcal{A}}^i(u_i) - w_{\mathcal{C}}^i(u_i)\right|;$$

$$\frac{1}{3P}\sum_{i=1}^{P}\left[\left|\mu_{\mathcal{A}}^{i}(u_i)-\mu_{\mathcal{B}}^{i}(u_i)\right|+\left|v_{\mathcal{A}}^{i}(u_i)-v_{\mathcal{B}}^{i}(u_i)\right|+\left|w_{\mathcal{A}}^{i}(u_i)-w_{\mathcal{B}}^{i}(u_i)\right|\right]$$

$$\leq\frac{1}{3P}\sum_{i=1}^{P}\left[\left|\mu_{\mathcal{A}}^{i}(u_i)-\mu_{\mathcal{C}}^{i}(u_i)\right|+\left|v_{\mathcal{A}}^{i}(u_i)-v_{\mathcal{C}}^{i}(u_i)\right|+\left|w_{\mathcal{A}}^{i}(u_i)-w_{\mathcal{C}}^{i}(u_i)\right|\right]$$

$$\left|\mu_{\mathcal{A}}^{i}(u_i)-\mu_{\mathcal{B}}^{i}(u_i)\right|^2+\left|v_{\mathcal{A}}^{i}(u_i)-v_{\mathcal{B}}^{i}(u_i)\right|^2+\left|w_{\mathcal{A}}^{i}(u_i)-w_{\mathcal{B}}^{i}(u_i)\right|^2$$

$$\leq\left|\mu_{\mathcal{A}}^{i}(u_i)-\mu_{\mathcal{C}}^{i}(u_i)\right|^2+\left|v_{\mathcal{A}}^{i}(u_i)-v_{\mathcal{C}}^{i}(u_i)\right|^2+\left|w_{\mathcal{A}}^{i}(u_i)-w_{\mathcal{C}}^{i}(u_i)\right|^2;$$

$$\left\{\frac{1}{3P}\sum_{i=1}^{P}\left[\left|\mu_{\mathcal{A}}^{i}(u_i)-\mu_{\mathcal{B}}^{i}(u_i)\right|^2+\left|v_{\mathcal{A}}^{i}(u_i)-v_{\mathcal{B}}^{i}(u_i)\right|^2+\left|w_{\mathcal{A}}^{i}(u_i)-w_{\mathcal{B}}^{i}(u_i)\right|^2\right]\right\}^{1/2}$$

$$\leq\left\{\frac{1}{3P}\sum_{i=1}^{P}\left[\left|\mu_{\mathcal{A}}^{i}(u_i)-\mu_{\mathcal{C}}^{i}(u_i)\right|^2+\left|v_{\mathcal{A}}^{i}(u_i)-v_{\mathcal{C}}^{i}(u_i)\right|^2+\left|w_{\mathcal{A}}^{i}(u_i)-w_{\mathcal{C}}^{i}(u_i)\right|^2\right]\right\}^{1/2}$$

$d_\lambda(\mathcal{A},\mathcal{B}) \leq d_\lambda(\mathcal{A},\mathcal{C})$ ve $d_\lambda(\mathcal{B},\mathcal{C}) \leq d_\lambda(\mathcal{A},\mathcal{C})$ için $\lambda > 0$.

Tanım 3.3.3

$\mathcal{A} = \{\prec u, \left(\mu_{\mathcal{A}}^{1}(u), \mu_{\mathcal{A}}^{2}(u), \dots \mu_{\mathcal{A}}^{p}(u)\right), \left(v_{\mathcal{A}}^{1}(u), v_{\mathcal{A}}^{2}(u), \dots v_{\mathcal{A}}^{p}(u)\right), \left(w_{\mathcal{A}}^{1}(u), w_{\mathcal{A}}^{2}(u), \dots w_{\mathcal{A}}^{p}(u)\right) \succ : u \in \mathcal{U}\}$

ve

$\mathcal{B} = \{\prec u, \left(\mu_{\mathcal{B}}^{1}(u), \mu_{\mathcal{B}}^{2}(u), \dots \mu_{\mathcal{B}}^{p}(u)\right), \left(v_{\mathcal{B}}^{1}(u), v_{\mathcal{B}}^{2}(u), \dots v_{\mathcal{B}}^{p}(u)\right), \left(w_{\mathcal{B}}^{1}(u), w_{\mathcal{B}}^{2}(u), \dots w_{\mathcal{B}}^{p}(u)\right) \succ : u \in \mathcal{U}\}$

İki tane tekrarlı neutrosophic küme. $\mathcal{A}$ ve $\mathcal{B}$, arasında tekrarlı neutrosophic hybrid

benzerlik ölçümü şu şekilde tanımlanır;

$$\vartheta_\lambda(\mathcal{A},\mathcal{B}) = 1 - d_\lambda(\mathcal{A},\mathcal{B})$$

Önerme 3.3.4 $\lambda > 0$ için, benzerlik ölçümü $\vartheta_\lambda(\mathcal{A},\mathcal{B})$ aşagıdaki özellikleri sağlar:

(HD1) $0 \le \vartheta_\lambda(\mathcal{A},\mathcal{B}) \le 1$;

(HD2) $\vartheta_\lambda(\mathcal{A},\mathcal{B}) = 1$ ancak ve ancak $\mathcal{A} = \mathcal{B}$;

HD3) $\vartheta_\lambda(\mathcal{A},\mathcal{B}) = \vartheta_\lambda(\mathcal{B},\mathcal{A})$;

(HD4) $\mathcal{A} \cong\subseteq \mathcal{B} \cong\subseteq \mathcal{C}$, $\mathcal{C}, X$ de tekrarlı neutrosophic küme $\vartheta_\lambda(\mathcal{A},\mathcal{B}) \ge \vartheta_\lambda(\mathcal{A},\mathcal{C})$ ve

$\vartheta_\lambda(\mathcal{B},\mathcal{C}) \ge \vartheta_\lambda(\mathcal{A},\mathcal{C})$.

Tanım 3.3.5 . ϕ noktalar kümesi ve ϕ: çoklu neutrosophic →[0,1] dönüşümü olsun. Aşağıdaki şartları sağlayan ϕ ye bir entropy ölçüm denir.

(E1) $\phi(\mathcal{A})$=0(minimum) ancak ve ancak $\mathcal{A}$ or $\mathcal{A}^c$ is a crisp set;

(E2) $\phi(\mathcal{A})$=1(maximum) ancak ve ancak $\mathcal{A}$=$\mathcal{A}^c$, i.e. $\mu^i_{\mathcal{A}}(u_i) = w^i_{\mathcal{A}}(u_i), v^i_{\mathcal{A}}(u_i) =$ 0.5 for all $u \in \mathcal{U}$

(E3) $\phi(\mathcal{A})$≤E($\mathcal{B}$) ise $\mathcal{A}, \mathcal{B}$ den daha az bulanıktır.

$\mu^i_{\mathcal{A}}(u_i) \le \mu^i_{\mathcal{B}}(u_i), w^i_{\mathcal{B}}(u_i) \le w^i_{\mathcal{A}}(u_i)$, for $\mu^i_{\mathcal{B}}(u_i) \le w^i_{\mathcal{B}}(u_i)$ and $v^i_{\mathcal{A}}(u_i) = v^i_{\mathcal{B}}(u_i) =$ 0.5

veya

$\mu^i_{\mathcal{A}}(u_i) \ge \mu^i_{\mathcal{B}}(u_i), w^i_{\mathcal{B}}(u_i) \ge w^i_{\mathcal{A}}(u_i)$, for $\mu^i_{\mathcal{B}}(u_i) \ge w^i_{\mathcal{B}}(u_i)$ and $v^i_{\mathcal{B}}(u_i) = v^i_{\mathcal{B}}(u_i) =$ 0.5

(E4) $\phi(\mathcal{A})$= $\phi(\mathcal{A}^c)$.

Öneri 3.3.6 Bazı durumlarda sadece $\mathcal{A}$ ve $\mathcal{B}$ arasındaki mesafe düşünemeyiz, Ayrıca $\mathcal{A}\ ve\ \mathcal{B}^c$ arasındaki mesafeyi düşünmemiz gerekir. $\mathcal{A}, \mathcal{B}$ iki tane tekrarlı neutrosophic küme ise aralarındaki mesafe indeksi şu şekilde hesaplanır.

Tanım 3.3.7 $\mathcal{A}$ ve $\mathcal{B}$ iki tane tekrarlı neutrosophic küme olsun. İndex mesafe ölçümü aşağıdaki gibi tanımlanır;

$$I_\lambda(\mathcal{A},\mathcal{B}) = \frac{d_\lambda(\mathcal{A},\mathcal{B})}{d_\lambda(\mathcal{A},\mathcal{B}^c)}$$

Tanım 3.3.8

$$\mathcal{A} = \{\prec u, \left(\mu^1_{\mathcal{A}}(u), \mu^2_{\mathcal{A}}(u), \dots \mu^p_{\mathcal{A}}(u)\right), \left(v^1_{\mathcal{A}}(u), v^2_{\mathcal{A}}(u), \dots v^p_{\mathcal{A}}(u)\right), \left(w^1_{\mathcal{A}}(u), w^2_{\mathcal{A}}(u), \dots w^p_{\mathcal{A}}(u)\right) \succ: u \in \mathcal{U}\}$$

Tekrarlı neutrosophic bir küme olsun . Neutrosophic cebirsel geometrik ortalama (NRAGA) operatörü;

$$\text{NRAA}(A_1, A_2, \dots, A_\text{p}) = \left\langle \left(\prod_{i=1}^{p} \mu^i_{\mathcal{A}_s}(u)\right), \left(\sum_{i=1}^{p} v^i_{\mathcal{A}_s}(u) - \prod_{i=1}^{p} v^i_{\mathcal{A}_s}(u)\right), \left(\sum_{i=1}^{p} w^i_{\mathcal{A}_s}(u) - \prod_{i=1}^{p} w^i_{\mathcal{A}_s}(u)\right) \right\rangle \quad (11)$$

$(s = 1,2, \dots p)$.

İspat: Tüme varım yöntemiyle hesaplayalım. Öncelikle denklem (11) , $p = 2$ için sağladığını

ispatlayalım.

$$\text{NRAGA}(A_1, A_2) = \left\langle \left(\prod_{i=1}^{2} \mu^i_{\mathcal{A}_s}(u)\right), \left(\sum_{i=1}^{2} v^i_{\mathcal{A}_s}(u) - \prod_{i=1}^{2} v^i_{\mathcal{A}_s}(u)\right), \left(\sum_{i=1}^{2} w^i_{\mathcal{A}_s}(u) - \prod_{i=1}^{2} w^i_{\mathcal{A}_s}(u)\right) \right\rangle$$

$$\left\langle \left(\mu^1_{\mathcal{A}_s}(u).\, \mu^2_{\mathcal{A}_s}(u)\right), \left(\left(v^1_{\mathcal{A}_s}(u) + v^2_{\mathcal{A}_s}(u)\right) - \left(v^1_{\mathcal{A}_s}(u).\, v^2_{\mathcal{A}_s}(u)\right)\right), \left(\left(w^1_{\mathcal{A}_s}(u) + w^2_{\mathcal{A}_s}(u)\right) - \left(w^1_{\mathcal{A}_s}(u).\, w^2_{\mathcal{A}_s}(u)\right)\right) \right\rangle$$

Eğer (11) deki denklem $p = k$ için sağlanırsa,

$$\text{NRAGA}(A_1, A_2, \dots, A_\text{k}) = \left\langle \left(\prod_{i=1}^{k} \mu^i_{\mathcal{A}_s}(u)\right), \left(\sum_{i=1}^{k} v^i_{\mathcal{A}_s}(u) - \prod_{i=1}^{k} v^i_{\mathcal{A}_s}(u)\right), \left(\sum_{i=1}^{k} w^i_{\mathcal{A}_s}(u) - \prod_{i=1}^{k} w^i_{\mathcal{A}_s}(u)\right) \right\rangle (12)$$

$$\left\langle \begin{matrix} \left(\mu^1_{\mathcal{A}_s}(u).\, \mu^2_{\mathcal{A}_s}(u). \dots .\, \mu^k_{\mathcal{A}_s}(u)\right), \left(\left(v^1_{\mathcal{A}_s}(u) + v^2_{\mathcal{A}_s}(u) + \cdots + v^k_{\mathcal{A}_s}(u)\right) - \left(v^1_{\mathcal{A}_s}(u).\, v^2_{\mathcal{A}_s}(u). \dots .\, v^k_{\mathcal{A}_s}(u)\right)\right) \\ , \left(\left(w^1_{\mathcal{A}_s}(u) + w^2_{\mathcal{A}_s}(u) + \cdots + w^k_{\mathcal{A}_s}(u)\right) - \left(w^1_{\mathcal{A}_s}(u).\, w^2_{\mathcal{A}_s}(u)\right). \dots .\, w^k_{\mathcal{A}_s}(u)\right) \end{matrix} \right\rangle (13)$$

denklem (13) her iki tarafına $\text{NRAGA}(A_{\text{k}+1})$ eklenirse:

$$\text{NRAGA}(A_1, A_2, \dots, A_\text{k}, A_\text{k+1})$$

$$= \left\langle \left(\mu^1_{\mathcal{A}_s}(u).\,\mu^2_{\mathcal{A}_s}(u).\,\dots.\,\mu^k_{\mathcal{A}_s}(u).\,\mu^{k+1}_{\mathcal{A}_s}(u)\right), \begin{pmatrix} \left(v^1_{\mathcal{A}_s}(u) + v^2_{\mathcal{A}_s}(u) + \cdots + v^k_{\mathcal{A}_s}(u) + v^{k+1}_{\mathcal{A}_s}(u)\right) \\ -\left(v^1_{\mathcal{A}_s}(u).\,v^2_{\mathcal{A}_s}(u).\,\dots.\,v^k_{\mathcal{A}_s}(u).\,v^{k+1}_{\mathcal{A}_s}(u)\right) \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \left(w^1_{\mathcal{A}_s}(u) + w^2_{\mathcal{A}_s}(u) + \cdots + w^k_{\mathcal{A}_s}(u) + w^{k+1}_{\mathcal{A}_s}(u)\right) - \\ \left(w^1_{\mathcal{A}_s}(u).\,w^2_{\mathcal{A}_s}(u)\right).\,\dots.\,w^k_{\mathcal{A}_s}(u).\,w^{k+1}_{\mathcal{A}_s}(u) \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$\text{NRAGA}(A_1, A_2, \dots, A_\text{k}, A_\text{k+1}) = \left\langle \left(\prod_{i=1}^{k+1} \mu^i_{\mathcal{A}_s}(u)\right), \left(\sum_{i=1}^{k+1} v^i_{\mathcal{A}_s}(u) - \prod_{i=1}^{k+1} v^i_{\mathcal{A}_s}(u)\right), \left(\sum_{i=1}^{k+1} w^i_{\mathcal{A}_s}(u) - \prod_{i=1}^{k+1} w^i_{\mathcal{A}_s}(u)\right) \right\rangle$$

denklem (11) $p = k + 1$ için sağlar.

Önerme 3.3.9 $\mathcal{A}$ ve $\mathcal{B}$ iki tane tekrarlı neutrosophic küme olsun. İndex mesafe ölçümü $I_\lambda(\mathcal{A}, \mathcal{B})$aşağıdaki özellikleri sağlar;

$(I1)$ $I_\lambda(\mathcal{A}, \mathcal{B}) = 0$ ancak ve ancak $\mathcal{A} = \mathcal{B}$;

$(I2)$ $I_\lambda(\mathcal{A}, \mathcal{B}) = 0$ ancak ve ancak $d_\lambda(\mathcal{A}, \mathcal{B}) = d_\lambda(\mathcal{A}, \mathcal{B}^c)$;

$(I3)$ $I_\lambda(\mathcal{A}, \mathcal{B}) \to +\infty$, $\mathcal{A} = \mathcal{B}^c$ olduğunda, $\mathcal{A}$ ve $\mathcal{B}$ tamamen farklıdır;

$(I4)$ $\mathcal{A} = \mathcal{B} = \mathcal{B}^c$ olduğunda, $\mathcal{A}$ ve $\mathcal{B}$ index ölçümü maximum değere ulaşır.

$(I5)$ $I_\lambda(\mathcal{A}, \mathcal{B}) < 1$ means compare with $\mathcal{B}^c\mathcal{A}$ is more similar to $\mathcal{B}$;

$(I6)$ $I_\lambda(\mathcal{A}, \mathcal{B}) > 1$ means compare with $\mathcal{B}^c\mathcal{A}$ is less similar to $\mathcal{B}$.

4. BÖLÜM

UYGULAMALAR

4.1 BNSs de Benzerlik ve Mesafe Ölçüm Metotları Üzerinde Kümeleme Metodu Uygulaması

Adım 1. Denklem (3) ve (4) kullanılarak bipolar neutrosophic kümelerin benzerlik

ölçümleri hesaplanır. $C = (s_{ij})_{mxm}$, benzerlik matrisi oluşturulur.

$$s_{ij} = s_{ji} = \vartheta_\lambda(A_i, A_j) \text{ için } i,j = 1,2,\dots,m.$$

Adım 2. Bileşke matrisi işlemine tekrar edene kadar devam edilir.

$$C \to C^2 \to C^4 \to \cdots \to C^{2^k} = C^{2^{k+1}}$$

C^{2^k} burada denk matris

$$C^2 = C \circ C = (s'_{ij})_{mxm} = max_k\{\min(s_{ik}, s_{kj})\}_{mxm}$$

için, $i,j = 1,2,\dots,m$.

Adım 3. $C^{2^k} \triangleq \bar{C} = (\bar{s}_{ij})_{mxm}$, denk matris için, $\alpha -$ kestirim matrisini oluşturabiliriz;

$\bar{C}_\alpha = (\bar{s}_{ij}^\alpha)_{m\times m}$ of $\bar{C}$, where

$$\bar{s}_{ij}^\alpha = \begin{cases} 0\,, & \bar{s}_{ij} < \alpha; \\ 1\,, & \bar{s}_{ij} \geq \alpha\,; \end{cases}$$

için $i,j = 1,2,\dots,m$ ve $\alpha \in [0,1]$ güven seviyesidir.

Adım 4. Classify A_i by choosing deference level α. Line i and k of $\bar{C}_\alpha$ are called α −congruence if $\bar{s}_{ij}^{\alpha} = \bar{s}_{kj}^{\alpha}$ for all $j = 1,2,\dots,m$. Then A_i should fall into the same category as A_k.

Örnek 4.1 Bir araba galerisinde dört farklı araba $A_{\mathrm{m}}(m = 1,2,3,4)$. Sınıflanacak her

arabanın dört değerlendirme özelliği var ; (1) x_1, yakıt tüketimi, (2) x_2, sürtünme katsayısı, (3) x_3, fiyatı, (4) x_4, rahatlık derecesi. Bu dört özellik altında her arabanın özelliği, bipolar neutrosophic veri formunda aşağıdaki gibi gösterilir;

Adım 1. Müşteriler tarafından karar matrisi aşagıdaki gibi oluşturulur.

Table 1: Müşterinin verdiği karar matrisi

	x_1	x_2	x_3	x_4
A_1	$\langle 0.5,0.7,0.2,-0.7,-0.3,-0.6\rangle$	$\langle 0.6,0.4,0.5,-0.7,-0.8,-0.4\rangle$	$\langle 0.7,0.7,0.5,-0.8,-0.7,-0.6\rangle$	$\langle 0.1,0.5,0.7,-0.5,-0.2,-0.8\rangle$
A_2	$\langle 0.8,0.7,0.5,-0.7,-0.7,-0.1\rangle$	$\langle 0.7,0.6,0.8,-0.7,-0.5,-0.1\rangle$	$\langle 0.9,0.4,0.6,-0.1,-0.7,-0.5\rangle$	$\langle 0.5,0.2,0.7,-0.5,-0.1,-0.9\rangle$
A_3	$\langle 0.3,0.4,0.2,-0.6,-0.3,-0.7\rangle$	$\langle 0.2,0.2,0.2,-0.4,-0.7,-0.4\rangle$	$\langle 0.9,0.5,0.5,-0.6,-0.5,-0.2\rangle$	$\langle 0.7,0.5,0.3,-0.4,-0.2,-0.2\rangle$
A_4	$\langle 0.9,0.7,0.2,-0.8,-0.6,-0.1\rangle$	$\langle 0.3,0.5,0.3,-0.5,-0.5,-0.2\rangle$	$\langle 0.5,0.4,0.5,-0.1,-0.7,-0.2\rangle$	$\langle 0.6,0.2,0.8,-0.5,-0.5,-0.6\rangle$

$\lambda = 2$ ve ağırlık vektörleri $w_j = 1/4$ $(j = 1,2,3,4)$ ve $\beta_i = 1/4$ $(i = 1,2,3,4,)$

olsun. Bipolar neutrosophic kümeler algoritmasıyla bu dört farklı arabaları

$A_{\mathrm{m}}(m = 1,2,3,4)$ sınıflamak için benzerlik ölçümünü kullanalım.

İlk olarak, her bipolar neutrosophic $A_{\mathrm{m}}(m = 1,2,3,4)$ çiftleri arasında mesafe

ölçümü hesaplanır ve sonuçlar aşagıdaki gibi olur;

$$d(A_1, A_2) = 0{,}062743,\ d(A_1, A_3) = 0{,}072924,\ d(A_1, A_4) = 0{,}069644,$$

$$d(A_2, A_3) = 0{,}061299,\ d(A_2, A_4) = 0{,}034264,\ d(A_3, A_4) = 0{,}04648$$

Adım 2. Benzerlik matrisini oluşturulalım

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}937257415 & 0{,}927075893 & 0{,}930356189 \\ 0{,}937257415 & 1 & 0{,}938700771 & 0{,}965735658 \\ 0{,}927075893 & 0{,}938700771 & 1 & 0{,}953520184 \\ 0{,}930356189 & 0{,}965735658 & 0{,}953520184 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0,937257415 & 0,937257415 & 0,937257415 \\ 0,937257415 & 1 & 0,953520184 & 0,965735658 \\ 0,937257415 & 0,953520184 & 1 & 0,953520184 \\ 0,937257415 & 0,965735658 & 0,953520184 & 1 \end{bmatrix}$$

$C^2 \nsubseteq C$ olduğundan dolayı C denk matris degil, hesaplamaya devam ederiz.

$$C^4 = \begin{bmatrix} 1 & 0,937257415 & 0,937257415 & 0,937257415 \\ 0,937257415 & 1 & 0,953520184 & 0,965735658 \\ 0,937257415 & 0,953520184 & 1 & 0,953520184 \\ 0,937257415 & 0,965735658 & 0,953520184 & 1 \end{bmatrix}$$

$C^2 = C^4$. Yani C^2 denk matris, $\bar{C}$ ile gösterilir.

Adım 3. Son olarak, α-kestirim matrisini $\bar{C}_\alpha$ yi oluşturabiliriz;

$\bar{C}_\alpha = (\bar{s}_{ij}^{\alpha})_{m\times m}$ of $\bar{C}$, where

$$\bar{s}_{ij}^{\alpha} = \begin{cases} 0\,, & \bar{s}_{ij} < \alpha; \\ 1\,, & \bar{s}_{ij} \geq \alpha\,; \end{cases}$$

(1) $0 \leq \alpha \leq 0,937257415$,$\bar{C}_\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} A_{\mathrm{m}}(m = 1,2,3,4)$

bir katagoriye $\{A_1, A_2, A_3, A_4\}$ böler.

(2) $0,937257415 < \alpha \leq 0,953520184$, $\bar{C}_\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

$A_{\mathrm{m}}(m = 1,2,3,4)$ iki katagoriye $\{A_1\}, \{A_2, A_3, A_4\}$ böler.

$$(3)\quad 0,953520184 < \alpha \leq 0,965735658\ , \bar{C}_{\alpha} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$A_{\mathrm{m}}(m = 1,2,3,4)$ üç katagoriye $\{A_1\}, \{A_2, A_4\}, \{A_3\}$ böler.

$$(4)\quad 0,965735658\ < \alpha \leq 1\ , \bar{C}_{\alpha} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Adım 4. $A_{\mathrm{m}}(m = 1,2,3,4)$ dört katagoriye $\{A_1\}, \{A_2\}, \{A_3\}, \{A_4\}$ böler.

4.2 Hibrid Benzerlik Ölçümlerinin Tıbbi Tanılara Uygulanması

Örnek 4.2. $P = \{P_1, P_2, P_3\}$ hastaların kümesi olsun,

$D = \{$Ateş, Tüberküloz, Boğaz Hastalığı$\}$ ve S={Boğaz Ağrısı, Baş ağrısı, Vücut ağrısı} belirtilerin kümesi olsun. Bizim çözümümüz farklı aralıklarla ($günde$ üç kez) hastayı kontrol etmek ve her hasta için farklı doğruluk üyeliği benzerlik üyeliği yanlışlık üyeliği sonuçlarını elde etmektir. $\omega_1 = 0.2$, $\omega_2 = 0.5$, $\omega_3 = 0.3$ olsun.

Tablo 1: Q (Hasta ve belirtiler arasında ki ilişki)

Q	Boğaz ağrısı	Baş ağrısı	Vücut ağrısı
P_1	$\langle(0.1,0.3,0.6),(0.3,0.8,0.2),(0.3,0.3,0.4)\rangle$ $\langle(0.8,0.2,0.9),(0.1,0.1,0.4),(0.2,0.7,0.5)\rangle$ $\langle(0.9,0.5,0.6),(0.3,0.1,0.5),(0.2,0.3,0.4)\rangle$	$\langle(0.1,0.5,0.6),(0.3,0.1,0.8),(0.9,0.3,0.7)\rangle$ $\langle(0.5,0.5,0.5),(0.2,0.1,0.5),(0.4,0.3,0.4)\rangle$ $\langle(0.6,0.7,0.8),(0.5,0.3,0.5),(0.5,0.4,0.1)\rangle$	$\langle(0.7,0.2,0.1),(0.5,0.6,0.3),(0.2,0.3,0.4)\rangle$ $\langle(0.5,0.5,0.3),(0.3,0.4,0.5),(0.3,0.2,0.2)\rangle$ $\langle(0.1,0.3,0.1),(0.2,0.1,0.3),(0.2,0.4,0.4)\rangle$
P_2	$\langle(0.6,0.5,0.5),(0.2,0.1,0.5),(0.4,0.3,0.4)\rangle$ $\langle(0.3,0.5,0.6),(0.3,0.1,0.4),(0.5,0.3,0.9)\rangle$ $\langle(0.8,0.7,0.1),(0.1,0.1,0.5),(0.3,0.7,0.4)\rangle$	$\langle(0.1,0.5,0.6),(0.3,0.1,0.5),(0.2,0.3,0.4)\rangle$ $\langle(0.3,0.3,0.6),(0.2,0.2,0.7),(0.3,0.3,0.1)\rangle$ $\langle(0.8,0.5,0.6),(0.3,0.1,0.5),(0.2,0.3,0.4)\rangle$	$\langle(0.8,0.6,0.6),(0.1,0.1,0.1),(0.4,0.3,0.5)\rangle$ $\langle(0.5,0.2,0.3),(0.3,0.1,0.5),(0.9,0.3,0.4)\rangle$ $\langle(0.9,0.5,0.7),(0.6,0.5,0.1),(0.5,0.3,0.4)\rangle$
P_3	$\langle(0.8,0.6,0.6),(0.1,0.1,0.1),(0.4,0.3,0.5)\rangle$ $\langle(0.1,0.3,0.6),(0.3,0.8,0.2),(0.3,0.3,0.4)\rangle$ $\langle(0.8,0.5,0.6),(0.3,0.1,0.5),(0.2,0.3,0.4)\rangle$	$\langle(0.1,0.5,0.6),(0.3,0.1,0.8),(0.9,0.3,0.7)\rangle$ $\langle(0.7,0.4,0.2),(0.4,0.1,0.3),(0.2,0.8,0.5)\rangle$ $\langle(0.9,0.5,0.7),(0.6,0.5,0.1),(0.5,0.3,0.4)\rangle$	$\langle(0.4,0.5,0.6),(0.2,0.5,0.5),(0.7,0.8,0.1)\rangle$ $\langle(0.5,0.2,0.3),(0.3,0.1,0.5),(0.9,0.3,0.5)\rangle$ $\langle(0.7,0.2,0.1),(0.5,0.6,0.3),(0.2,0.2,0.4)\rangle$

Bir günde 3 farklı zamanda alınan örnekler $(07{:}00, 15{:}00\ \ 23{:}00)$

Tablo 2: R (Belirti ve hastalık arasında ilişki)

R	Ateş	Tüberküloz	Boğaz Hastalığı
Boğaz ağrısı	$\langle(0.2,0.5,0.6),(0.3,0.1,0.6),(0.2,0.8,0.4)\rangle$	$\langle(0.6,0.5,0.7),(0.2,0.1,0.5),(0.4,0.3,0.4)\rangle$	$\langle(0.1,0.5,0.6),(0.3,0.1,0.2),(0.5,0.3,0.7)\rangle$
Baş ağrısı	$\langle(0.4,0.5,0.6),(0.2,0.7,0.5),(0.7,0.4,0.1)\rangle$	$\langle(0.7,0.2,0.1),(0.5,0.7,0.3),(0.3,0.2,0.4)\rangle$	$\langle(0.3,0.2,0.3),(0.3,0.1,0.8),(0.9,0.3,0.4)\rangle$
Vücut ağrısı	$\langle(0.9,0.5,0.7),(0.6,0.9,0.1),(0.5,0.9,0.4)\rangle$	$\langle(0.7,0.5,0.6),(0.3,0.1,0.5),(0.5,0.3,0.9)\rangle$	$\langle(0.8,0.5,0.6),(0.3,0.1,0.5),(0.2,0.3,0.4)\rangle$

Tablo 3: Q ve R tekrarlı neutrosophic hamming ağırlık mesafe ölçümü

Hamming Ağırlık	Ateş	Tüberküloz	Boğaz Hastalığı
P_1	0,231111	**0,222222**	0,323333
P_2	**0,174444**	0,222222	0,342222
P_3	0,316667	**0,211111**	0,364444
Optimal$-P_1$ (Tüberküloz); P_2 (Ateş); P_3 (Tüberküloz)			

Tablo 4: Q ve R tekrarlı neutrosophic Euclidean ağırlık mesafe ölçümü

Öklid ağırlık mesafe	Ateş	Tüberküloz	Boğaz Hastalığı
P_1	**0,010957**	0,01599	0,027775
P_2	**0,003131**	0,006728	0,027159
P_3	0,023368	**0,008054**	0,032489
Optimal$-P_1$(Ateş); P_2 (Ateş); P_3 (Boğaz Hastalığı)			

Table 5: The Weighted hybrid distance refined neutrosophic sets Q and R. let $\varphi_1{}^{+} = 0.43$

Weighted hybrid	Ateş	Tüberküloz	Boğaz Hastalığı
P_1	**0,105623**	0,133542	0,196243
P_2	**0,10078**	0,12956	0,206745
P_3	0,190548	**0,123797**	0,221704
Optimal−P_1(Ateş); P_2 (Ateş); P_3 (Boğaz Hastalığı)			

Table 6: The Weighted similarity Measure hybrid distance refined neutrosophic sets Q and R. let $\varphi_1{}^{+} = 0.43$.

Weighted similarity Measure hybrid	Ateş	Tüberküloz	Boğaz Hastalığı
P_1	**0,894377**	0,866458	0,803757
P_2	**0,89922**	0,87044	0,793255
P_3	0,809452	**0,876203**	0,778296
Optimal−P_1(Ateş); P_2 (Ateş); P_3 (Boğaz Hastalığı)			

Table 7: The Weighted similarity Measure hybrid distance refined neutrosophic sets Q and R. let $\varphi_2{}^{+} = 0.5$.

Weighted similarity Measure hybrid	Ateş	Tüberküloz	Boğaz Hastalığı
P_1	0,878966	**0,880894**	0,824446
P_2	**0,911212**	0,885525	0,815309
P_3	0,829983	**0,890417**	0,801533
Optimal−P_1(Boğaz Hastalığı); P_2 (Ateş); P_3 (Boğaz Hastalığı)			

Table 8: The Weighted similarity Measure hybrid distance refined neutrosophic sets Q and R. let $\varphi_2{}^{+} = 0.67$

Weighted similarity Measure hybrid	Ateş	Tüberküloz	Boğaz Hastalığı
P_1	0,84154	**0,915953**	0,874691
P_2	**0,940335**	0,922159	0,86887
P_3	0,879843	**0,924937**	0,857965
Optimal−P_1(Tüberküloz); P_2 (Ateş); P_3 (Tüberküloz)			

5.BÖLÜM

SONUÇ

Bu kitapda, bipolar neutrosophic kümelerin ve tekrarlı neutrosophic kümeler ile ilgili kavramlar tanıtılmıştır. Daha sonra, bipolar neutrosophic kümelerin ağırlıklı benzerlik ölçümü, tekrarlı neutrosophic kümelerin ağırlıklı mesafe ölçümü, ağırlıklı hamming mesafe ölçümü, öklid(euclidean) mesafe ölçümü, hybrid benzerlik ölçümü tanımlandı ve bu kavramlarla ilgili teoremler ispatlanmıştır. Ayrıca, Refined neutrosophic cebirsel geometrik ortalama operatörü tanımlandı ve ispatlandı. Son olarak, bu operatörlerle ile çok kriterli karar verme problemleri için karar verme metotları geliştirildi ve bu geliştirilen metotlarla nümerik örnekler verilmiştir. Bipolar neutrosophic kümeler ve tekrarlı neutrosophic kümeler çok daha fazla alana uygulanarak belirsizlik içeren birçok problemi çözülebilir. Bilgisayar bilimi, Sağlık bilimi ekonomi problemleri, işletme problemleri ve daha birçok alan örnek gösterilebilir. Bu kitapda tanımlanan yeni kavramlar aralık değerli neutrosophic kümeler üzerine yapılacak çalışmalarla genişletilebilir.

KAYNAKLAR

[1] Smarandache, F. A Unifying Field in Logics. Neutrosophy*: Neutrosophic Probability, Set and Logic, Rehoboth: American Research Press,(1998).*

[2] Wang H, Smarandache FY, Q. Zhang Q, Sunderraman R (2010). *Single valued neutrosophic sets. Multispace and Multistructure* **4**:410-413

[3] Deli, I., Ali, M., Smarandache, F. (2015, August). Bipolar neutrosophic sets and their application based on multi-criteria decision making problems. *In Advanced Mechatronic Systems (ICAMechS), 2015 International Conference on (pp. 249-254). IEEE.*

[4] Ye,S., and J. Ye, (2014). *Dice Similarity Measure between Single Valued Neutrosophic Multisets anf Its Application in Medical Diagnosis, Neutrosophic Sets and Systems,* **6**, 49-54.

[5] Deli, I., Broumi, S., Ali, M. (2014). Neutrosophic Soft Multi-Set Theory and Its Decision Making. *Neutrosophic Sets and Systems*, **5**, 65-76.

[6] Ye, S., Fu, J., Ye, J. (2015). Medical Diagnosis Using Distance-Based Similarity Measures of Single Valued Neutrosophic Multisets. *Neutrosophic Sets and Systems,* **7**, 47-52.

[7] Deli, I. (2016). Refined Neutrosophic Sets and Refined Neutrosophic Soft Sets: Theory and Applications. *Handbook of Research on Generalized and Hybrid Set Structures and Applications for Soft Computing*, 321-343.

[8] Ye, J. (2014). Vector similarity measures of simplified neutrosophic sets and their application in multicriteria decision making. *International Journal of Fuzzy Systems,* **16(2)**, 204-215.

[9] Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and control*, **8(3),** 338-353.

[10] Broumi, S., Bakali, A., Talea, M., Smarandache, F., Ali, M. (2017). Shortest Path Problem under Bipolar Neutrosphic Setting. *Applied Mechanics & Materials, 859*.

[11] Smarandache, F. (2017). Neutrosophic Modal Logic

[12] Peng, J. J., Wang, J. Q., Yang, W. E. (2017). A multi-valued neutrosophic qualitative flexible approach based on likelihood for multi-criteria decision-making problems. *International Journal of Systems Science*, **48(2),** 425-435.

[13] Ye, J., Zhang, Q. S. (2014). Single valued neutrosophic similarity measures for multiple attribute decision making. *Neutrosophic Sets and Systems*, **2**, 48-54.

[14] Mondal, K., Pramanik, S. (2015). Neutrosophic tangent similarity measure and its application to multiple attribute decision making. *Neutrosophic Sets and Systems*, **9**, 85-92.

[15] Pătraşcu, V. (2016). Refined Neutrosophic Information Based on Truth, Falsity, Ignorance, Contradiction and Hesitation. *Neutrosophic Sets and Systems*, **11**:57-65.

[16] Pramanik, S., & Mondal, K. (2015). Cotangent similarity measure of rough neutrosophic sets and its application to medical diagnosis. *Journal of New Theory*, ***4***, 90-102.

[17] Pramanik, S., Mondal, K. (2015). Cosine similarity measure of rough neutrosophic sets and its application in medical diagnosis. *Global Journal of Advanced Research*, **2(1)**, 212-220.

[18] Rajarajeswari P. and N. Uma, A Study of Normalized Geometric and Normalized Hamming Distance Measures in Intuitionistic Fuzzy Multi Sets, *International Journal of Science and Research, Engineering and Technology*, **2(11)** (2013) 76–80.

[19] Sahin,M., I. Deli, V. Ulucay, (2016). Jaccard Vector Similarity Measure of Bipolar Neutrosophic Set Based on Multi-Criteria Decision Making, International Conference on Natural Science and Engineering (ICNASE'16), March 19-20, Kilis.

[20] Balasubramanian, A., Prasad, K. M., Arjunan, K. (2015). Bipolar Interval Valued Fuzzy Subgroups Of A Group.Bulletin Of Mathematics And Statistics Research, 3/3, 234-239.

[21] Chen, J., Li, S., Ma, S., Wang, X. (2014). m-Polar Fuzzy Sets: An Extension of Bipolar Fuzzy Sets. The Scientific World Journal, http://dx.doi.org/10.1155/2014/416530.

[22] Deli, I., Subas, Y. A Multiple Criteria Decision Making Method on Single Valued Bipolar Neutrosophic Set Based on Correlation Coefficient Similarity Measure. International Conference on Mathematics and Mathematics Education (ICMME-2016), Frat University, May 12-14 (2016), Elazıg, Turkey.

BAZI NEUTROSOPHİC KÜMELER ÜZERİNDEKİ KARAR VERME METODLARI VE UYGULAMALARI

ISBN 978-1-59973-776-8

9 781599 737768 >